DISCUSSÃO SOBRE MODELOS DE FUNÇÕES CONTÍNUAS APROXIMADAS A DADOS DISCRETOS COM USO DE INTERFACE CRIADA A PARTIR DO SOFTWARE SCILAB

José Luiz Giarola Andrade[1] – giarolaandrade@hotmail.com
Centro Universitário de Formiga – UNIFOR-MG
Av. Dr. Arnaldo de Senna, 328 – Água Vermelha
CEP 35570-000 – Formiga – MG – Brasil
Edilson Anselmo Corrêa Júnior[2] – edilsonacjr@gmail.com
Stênio Rodrigues Santos[3] – steniorsantos@hotmail.com

Resumo: *O presente trabalho relata a discussão do comportamento de modelos matemáticos de aproximações de funções contínuas aplicados em amostras de dados discretos como estratégia de estudo de Cálculo Numérico em cursos de engenharia, envolvendo métodos de interpolação e ajustes de curvas: polinomiais, exponenciais, logarítmicas e de crescimento logístico, inseridos em ambiente computacional elaborado a partir do estudo e criação de interface autônoma do software Scilab, de maneira a agilizar os cálculos e resultados finais e por conseqüência a análise crítica analítica diante de modelos algébricos de funções e principalmente visual em suas representações gráficas para a validação desses modelos.*

Palavras-chave: *Modelos de aproximação de funções, Dados discretos, Interface CalcX (Scilab).*

1. INTRODUÇÃO

1.1. Apresentação

Em busca de sintonia com professores das áreas específicas e coordenação dos cursos de Ciência da Computação, Engenharias: Ambiental e Sanitária, Civil, Produção e Química há constante adaptação, por parte do docente pesquisador, às demandas de aplicação de Cálculo Numérico nas áreas, propiciando a iniciação científica voluntária com participação de dois alunos de graduação; o primeiro do curso de Ciência da Computação e o segundo do curso de Engenharia Ambiental e Sanitária do UNIFOR-MG.

Em simples análise informal junto aos coordenadores de cursos e professores que lecionam Climatologia, Estatística Aplicada, Projeto de Conservação do Solo, Resistência de Materiais etc. percebeu-se a necessidade de estimativa de valores entre duas grandezas relacionáveis, ou até três grandezas relacionáveis, não somente de forma proporcional. A tendência de variação em amostras de demandas estudadas também foi comentada sugerindo-

[1] Licenciado em Matemática, Especialista em Ensino de Matemática e Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, Campus Coração Eucarístico – PUCMinas. É professor na rede particular de ensino básico e superior em Formiga-MG e leciona disciplinas da área de Matemática nos cursos de graduação do Centro Universitário de Formiga – UNIFOR-MG.
[2] Graduando do 5º período de Ciência da Computação do Centro Universitário de Formiga – UNIFOR-MG.
[3] Graduando do 5º período de Engenharia Ambiental e Sanitária do Centro Universitário de Formiga – UNIFOR-MG.

se um ajuste linear em amostras de dados discretos, estas, simplesmente para uma análise dissertativa e até onde se sabe com poucas abordagens numéricas e analíticas, decorrendo de poucos esforços em se obter, por estimativa, melhor precisão de resultados. Não houve menção a diferentes processos de interpolação e sequer comentários sobre ajustes de curvas não lineares.

O tratamento linear de interpolação e ajustes em qualquer situação em áreas afins da engenharia foi o que mais alertou os pesquisadores, levando-os a elaborar um projeto de pesquisa que pudesse identificar e analisar, a princípio, a relação existente entre os conteúdos de Cálculo Numérico e suas aplicações inseridas em livros de conhecimentos específicos das áreas de engenharia, fazendo referência a métodos de interpolação e ajustes de curvas polinomial, exponencial, logarítmico e crescimento logístico. Nossa experiência como professores de Cálculo, especificamente de Cálculo Numérico, sinaliza mudanças em nossa atuação e dos alunos no processo ensino aprendizagem do qual participamos (DOLIS, 1989).

Como referência principal para este trabalho, os pesquisadores apoiaram-se em vários autores de Cálculo Numérico, em especial Chapra e Canale (2008) com título Métodos Numéricos para Engenharia, Gilat e Subramaniam (2008) com título Métodos Numéricos para Engenheiros e Cientistas e Bassanezi (2011) com título Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática. O tema estudado sugere maior interação e coesão entre Cálculo Numérico e áreas da engenharia que recorrem a métodos numéricos relevantes em amostras discretas de demanda, variação populacional, análise de regressão etc. Tais questões apontam o estudo de modelos matemáticos distintos e a forma de contribuição para um processo ensino aprendizagem e aplicações contextualizadas de interpolação e ajustes de curvas junto a problemas estudados em engenharia. A abordagem acerca de modelagem matemática ficará somente para uma compreensão de uma linha de pesquisa que sugere um processo ensino-aprendizagem. Segundo Bassanezi (2011), em iniciação científica que busca aprendizagem construtiva de conceitos ou teorias supervisionada por um orientador, há demanda de investigação em âmbito maior; formulação de um problema, escolha do tema, coleta de dados, adequação ou construção de modelos, resolução analítica e/ou numérica, almejando uma solução e aplicação. Ainda comentado pelo autor, o programa de iniciação científica pode ser realizado em qualquer nível de aprendizagem. A presente pesquisa limitou-se em um estudo de aproximação de funções, presentes nos programas de estudo de Cálculo Numérico em cursos de engenharia, com intuito de abordar seus conceitos analíticos e numéricos como abstração de modelos matemáticos de aplicação de situações problemas, assim sendo, houve limitação de temas que não requerem investigações mais complexas envolvendo os tipos de problemas e a escolha de temas sugeridos pela modelagem matemática.

1.2. Problema

De que forma o estudo de modelos de aproximações de funções contribuirá para o processo ensino aprendizagem e aplicações contextualizadas de interpolação e ajustes de curvas junto a problemas estudados em áreas de engenharia? Quais são os conceitos necessários de Cálculo Numérico, aplicáveis a partir de uma coleta numérica de dados?

O estudo de Matemática em geral aborda métodos numéricos e analíticos que muita das vezes são assimilados pelos discentes como uma forma prática de resolução de problemas que em sua maioria está presente somente com linguagens ou minúcias matemáticas abordadas em livros ou folha de exercícios que mostram parecer similar a um jogo cujas regras são os limitados conceitos aritméticos, algébricos e geométricos estudados ou gravados por eles. De maneira geral, o aluno ao cursar qualquer módulo de Cálculo, muito das vezes não consegue fazer ligação entre teoria e prática, cálculo algébrico e/ou numérico e suas respectivas aplicações.

A escolha equivocada de modelos matemáticos e/ou ajustes de curvas e ainda crítica inerente diante de resultados obviamente errados pode fazer parte de um problema de estimação incorreta de dados obtidos a partir de Cálculo Numérico e outros, sem que sejam percebidos. Problema fácil de perceber diante de processos intencionais de avaliação ou até mesmo exercício que estimulem o senso crítico dos alunos em estudos de modelos matemáticos ligados às aproximações de funções. Como exemplo, a montagem de um conjunto discreto retirados de uma função $(x_i , f (x_i))$ predeterminada e aleatória, e a partir daí efetuar algumas aproximações e análise de resultados advindos das aproximações dos dados discretos.

1.3. Hipóteses

- Pouca abordagem contextualizada nos livros de Cálculo Numérico de interpolação de dados e ajustes de funções com pouca ênfase nos livros das áreas específicas;
- A abstração do modelo e inferência de situações práticas não faz ou nunca fez parte da prática acadêmica do aluno;
- Tratamento linear de interpolação e ajustes em qualquer situação em áreas afins da engenharia.

1.4. Objetivos

Objetivo geral

Pesquisar situações contextualizadas, mais especificamente nos cursos de engenharia, a fim de proporcionar um ambiente de ensino aprendizagem com aplicação de métodos numéricos de interpolação de dados e ajustes de funções através de softwares aplicáveis, partindo da análise de modelos matemáticos como base teórica e estratégia que leve o estudante a construir um conhecimento autônomo e aplicado.

Objetivos específicos

- Analisar dois métodos de interpolações: Lagrange e Splines, e ajuste de funções por Mínimos Quadrados, Exponencial e Crescimento Logístico em livros de Cálculo Numérico, verificando sua demanda nos cursos de engenharia;
- Adaptar os principais modelos numéricos de aproximações de funções a um software de aplicação, com proposta inicial para o software Scilab.

2. METODOLOGIA E RECURSOS

2.1. Procedimentos metodológicos

A princípio, foi feito levantamento de referencial bibliográfico específico na área de Cálculo, Modelagem Matemática e alguns conteúdos estudados nos cursos de engenharia que recorrem a métodos numéricos como estratégia de resolução de problemas.

A pesquisa qualitativa e empírica esteve presente antes da proposta de atividades elaboradas, antecedendo a escolha de alunos interessados a participar do projeto de iniciação científica de forma voluntária. Ao término dessa etapa, atividades que propiciariam a descoberta de modelos matemáticos foram apresentadas aos alunos que, com conhecimentos prévios de aplicações de Cálculo Numérico, iniciaram pesquisa de situações problemas que os levaram à recorrência dos principais tipos de interpolação e ajustes de curvas e confiabilidade diante dos processos numéricos aplicados a softwares específicos.

2.2. Softwares

A análise de fenômenos naturais e de resultados de experimentos permitiu o avanço de várias ciências. Considerando que grande parte dessa análise é feita em dados quantificados, é necessário o uso de algoritmos matemáticos para que os dados possam ser interpretados mais facilmente.

O conjunto extenso de dados produzido por amostras discretas tornam necessário e viável o uso de softwares matemáticos. Dentre vários softwares conhecidos, tem-se o Scilab, que é um software livre de computação e programação numérica de propósito geral, desenvolvido na França em 1990, por pesquisadores do INRIA (Institut national de recherche en informatique et en automatic) e do ENPC (École des Ponts ParisTech) (GOMEZ, 1999). Disponível em www.scilab.org .

O Scilab, por ser uma ferramenta computacional matemática completa, possui uma linguagem de programação própria. Apesar de esse fato tornar o sistema muito atrativo, pois provê uma maior flexibilidade, faz com que seja necessário ao pesquisador ou aluno o domínio prévio dessa linguagem. Sendo que muitas vezes o tempo na pesquisa científica ou na execução de trabalhos científicos é de extrema importância, pesquisadores preferem trabalhar com outras ferramentas que apresentam dinamicidade e agilidade na inserção dos dados.

O CalcX (Scilab), nome dado à interface criada durante a pesquisa, tem como principal objetivo prover um meio mais acessível e direto. Sua interface permite a inserção de dados discretos com a opção, até o momento, de escolha entre os modelos de interpolação (Lagrange ou Splines) ou ajustes (Polinomial de grau 1 e superior ou Exponencial). Após a escolha, o CalcX (Scilab) fica responsável de gerar o código necessário para a representação do método escolhido, aplicado aos dados que foram inseridos pelo usuário.

Como todo o código do Scilab é gerado pelo CalcX (Scilab) não é necessário ao usuário do sistema um conhecimento prévio do Scilab, sendo necessário apenas conhecimento dos modelos numéricos que são disponibilizados no sistema e suas funcionalidades.

3. TEORIAS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. Modelagem e modelos matemáticos

Estudar modelagem e modelos matemáticos não se trata de um processo matemático independente o qual se pretende conhecer por si só; é um processo muito mais amplo. Segundo Barbosa (2004), Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade. Segundo Bassanezi (2011), Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. As vantagens do emprego da modelagem em termos de pesquisa podem ser constatadas nos avanços obtidos em vários campos como a Física, a Química, a Biologia e a Astronomia entre outros.

> *Nessa nova forma de encarar a matemática, a modelagem – que pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem – tem se mostrado muito eficaz. A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.* (BASSANEZI, 2011, p. 16)

Nós, seres humanos, temos nossa inserção na sociedade que nos é apresentada de maneira a adaptarmos aos conhecimentos já vivenciados pelo homem no passado, não precisando assim redescobrir tudo o que a humanidade já vivenciou ou descobriu, considerando argumentos e parâmetros essenciais que garantem habilidades e competências para a vivência e desenvolvimento na sociedade. Nosso crescimento natural junto ao meio que se comunica, oferece, cobra, compara, questiona, argumenta, problematiza, matematiza etc., espontaneamente tende a fazer-nos parte dele como sujeito que, da mesma forma natural, tendemos a seguir modelos para gerir nossos pensamentos e atitudes. Não indo muito além, discutindo aqui a importância das famílias ou tutores responsáveis por crianças e adolescentes em fase de formação e reconhecimento de sua identidade na sociedade em que vivem, nos limitaremos a mencionar as escolas, principalmente em suas séries iniciais, que têm a responsabilidade de despertar habilidades e competências ligadas às Ciências Humanas e da Natureza, Linguagens e Códigos e Matemática, todas apoiadas em suas tecnologias. Uma vez que o ser humano lança mão de símbolos e relações que apresentam de alguma forma quantitativa ou qualitativa o meio ou objeto em questão, um modelo está sendo utilizado de forma intencional ou não. Um modelo Matemático caracteriza-se por um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado. (BASSANEZI, 2011, p. 20). Vide processo dinâmico para validação de modelos matemáticos representado pelo diagrama da “Figura 1”.

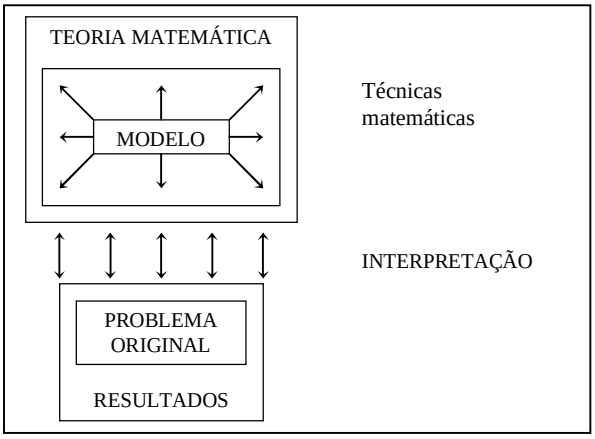

Figura 1: Processo de modelagem
Fonte: Bassanezi, 2011

A intuição, abstração, generalização, modelagem, formalização, argumentação e comunicação são, um a um ou em associações, propulsores de mecanismos de ensino aprendizagem. O objeto muita das vezes é alcançado por um meio, que deve ser instrumento de associação seja ele abstrato ou não, pessoal ou interpessoal, acertos advindos de erros ou não. O compreender a natureza, fazendo associações às suas formas, efeitos, condições quantitativas e qualitativas pode nos propiciar percepções, métodos de observação e experimentação a fim de elaborarmos um modelo próximo da realidade.

> *Os modelos podem ser considerados assim, como aproximações seletivas da realidade, através da supressão dos detalhes incidentais, que permitem a revelação em forma generalizada, dos aspectos fundamentais necessários ou interativos do mundo real.* (DOLIS, 1989, p. 6)

Para nós professores e pesquisadores a busca de novas alternativas de ação pedagógica para um processo ensino aprendizagem em Cálculo é contínua. Ambientes que propiciem o sujeito a experimentar, modelar, criar hipóteses, testar, analisar e decidir gera maior

capacidade de abstração e correlação entre teoria e prática. O embasamento teórico de nosso projeto gira em torno da Modelagem Matemática por assim acharmos que a necessidade de adaptação às situações não tão bem comportadas pode gerar aprendizagem significativa consolidada entre assuntos, antes teóricos, com aplicações particulares ou não.

3.2. Aproximação de funções

Nossa experiência como professores de Cálculo, especificamente de Cálculo Numérico, sinaliza mudanças em nossa atuação e dos alunos no processo ensino aprendizagem do qual participamos (DOLIS, 1989). A forma tradicional que ainda hoje é trabalhado o Cálculo em sala de aula, embora não esteja negando que se torna necessária esta abordagem, deixa a desejar e requer muita abstração de um universitário que muita das vezes encara com afinidade a Matemática antes de dar início ao curso superior e quando este se inicia o aluno perde a identidade do "saber" matemático que tanto o orgulhava.

A experiência matemática é parte presente na vida de qualquer ser humano, até mesmo sem intenção de ser. Segundo Frota (2006), uma experiência matemática é, por outro lado, coletiva, cultural e política uma vez que é vivenciada por pessoas com uma história, inserida em uma cultura, parte de uma comunidade. O contraste de conhecimento e/ou afinidade matemática entre alunos pretendentes a cursos de engenharia muita das vezes não podem ser medidos apenas por um processo seletivo de entrada na universidade. A experiência matemática deve ser aproveitada e preparada para inserção de novas perspectivas.

O estudo de diferentes métodos numéricos de interpolação e ajustes de funções, um a um ou em conjunto é abordado por diversos autores e de diferentes maneiras se faz necessário para escolha de melhor abordagem sobre o tema a terceiros. Segundo Franco (2006) a aproximação de funções por polinômios é viável pela facilidade de sua computação, diferenciação e integração e ainda afirma: "*Toda função contínua pode ser arbitrariamente aproximada por um polinômio*". Resta-nos avaliar a obtenção de valores desse polinômio em pontos específicos analisando sua viabilidade mediante interpolações e extrapolações e a respectiva precisão obtida. Arenales e Darezzo (2008) tratam a interpolação como caso particular de aproximação de funções e mencionam também a facilitação diante das derivadas e integrais da função aproximada.

A escolha equivocada de modelos matemáticos de aproximação de funções e ainda crítica inerente diante de resultados obviamente errados podem fazer parte de um problema de estimação incorreta de dados obtidos a partir de Cálculo Numérico e outros, sem que sejam percebidos. Assim sendo, a conceituação, principalmente diante da interpretação gráfica de um modelo interpolador ou de ajuste de curvas, pode ser um fator que leve a críticas de métodos utilizados diante de fenômenos relevantes não considerados.

> *O modelo educacional é baseado em um número pequeno ou simples de suposições, tendo, quase sempre, soluções analíticas. O modelo presa-predador de Lotka-Volterra é um exemplo típico de tais modelos. O método empregado por tais modelos envolve a investigação de uma ou duas variáveis, isoladas da complexidade das outras relações fenomenológicas. Geralmente estes modelos não representam a realidade com o grau de fidelidade adequada para se fazer previsões.* (BASSANEZI, 2011, p. 20)

Seguem duas atividades convenientemente elaboradas de forma sequencial para breve discussão e análise comparativa da influência de diferentes modelos numéricos de aproximações de funções. A primeira atividade em uma amostra de dados reais que aponta um período de tempo que explicita o crescimento estrito e acelerado da variável dependente, com uma taxa de crescimento intrínseca que não apresenta variações abruptas.

Atividade 1: O número de bactérias ***y***, por unidade de volume (*u.v.*), existente em uma cultura após o tempo ***x***, em unidades de tempo (*u.t.*), teve uma amostra discreta analisada e apresentada na tabela abaixo, em um período de 4 (quatro) *u.t.*
Pede-se aproximar e visualizar os dados discretos em diferentes curvas contínuas, fazendo análise crítica dos respectivos métodos quanto à amostra.

Tempo ***x*** (*u.t.*)	0	1	2	3	4
Volume ***y*** (*u.v.*)	32	47	65	92	132

O Modelo Numérico de Interpolação Polinomial de Lagrange, "Equação (1)", através de seu algoritmo analítico nos propicia a obtenção de um polinômio de grau 4 = 5 – 1 coincidente aos 5 pontos da amostra.

$$y(x) \approx P_n(x) = \sum_{i=0}^{n} y_i \prod_{\substack{i=0 \\ j \neq i}}^{n} \frac{x - x_i}{x_i - x_j}, \text{ para } n+1 \text{ pontos.} \qquad (1)$$

A inserção dos dados da amostra na interface CalcX (Scilab) "Figura 2", nos propicia a obtenção do polinômio interpolador de Lagrange, a equação da curva junto a representação do gráfico de dispersão e respectiva curva gerada pelo polinômio.

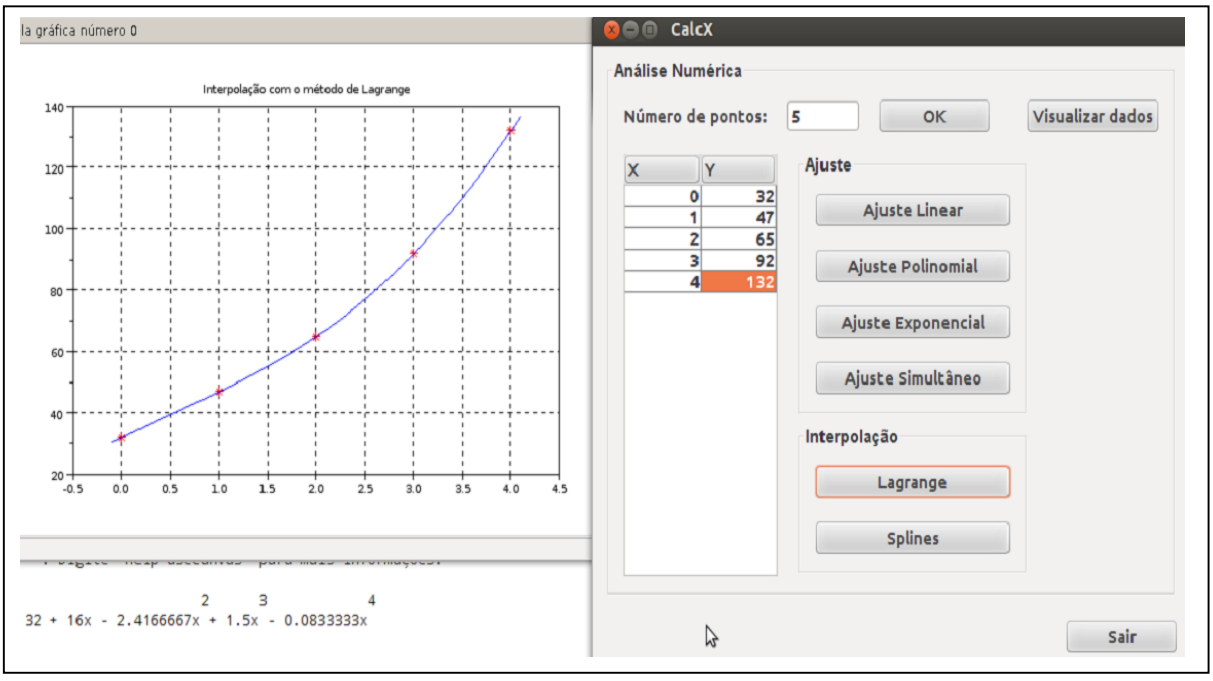

Figura 2: Interface CalcX (Scilab): polinômio interpolador de grau 4 e sua respectiva curva

Espera-se uma análise quanto à coincidência da curva com os pontos da amostra e também seu comportamento sutil entre pontos consecutivos (interpolação) em concordância com os pontos da amostra.

Outra forma de análise seria o ajustamento por mínimos quadrados cujo algoritmo simplificado e minimizado é mostrado na "Equação (2)", que facilmente poderiam ser gerados, a partir do CalcX (Scilab), "Figura 3", os polinômios de "Equações (3), (4), (5) e (6)" e ainda de um ajuste exponencial, "Equação (7)"; todos eles representados em um só sistema de eixos, "Gráfico 1".

$$y(x) \approx Q_m(x) = \sum_{k=0}^{n} \left(y_k - \left(a_0 + a_1 x_k + \ldots + a_m x_k^m \right) \right)^2, \text{ com } m < n = 0,1,\ldots,n. \quad (2)$$

$$Q_1(x) = 24,5x + 24,6 \quad (3)$$

$$Q_2(x) = 4.21429x^2 + 7,64286x + 33,02857 \quad (4)$$

$$Q_3(x) = 0,08333x^3 - 0,78571x^2 + 14,80952x24,5x + 32,02857 \quad (5)$$

$$Q_4(x) = -0,08333x^4 + 1,5x^3 - 2,41667x^2 + 16x + 32 \quad (6)$$

$$E(x) = 32,38896 \cdot e^{0,35058x} \quad (7)$$

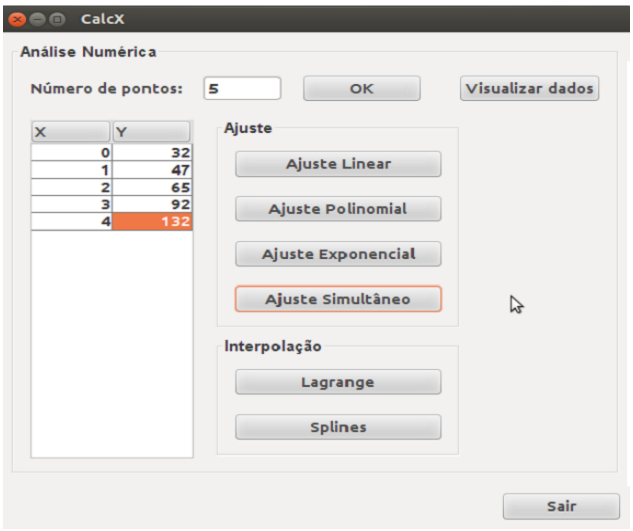

Figura 3: Interface CalcX (Scilab)

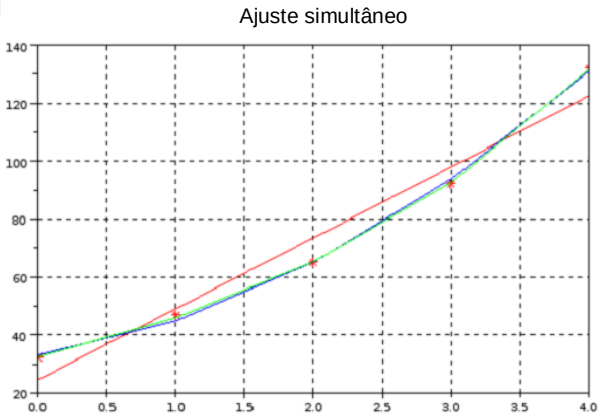

Gráfico 1: Curvas ajustadas

O comportamento simultâneo das cinco curvas ajustadas nos permite apreciar a não necessidade de coincidência de todos os pontos com as respectivas curvas, embora as curvas polinomiais de grau superior e exponencial apresentaram, mesmo que visualmente um erro (módulo do resíduo) significativamente próximo de zero em sua maioria, podendo levar o estudante e/ou pesquisador a outras análises, como a filosofia do ajuste segundo uma tendência como análise de extrapolação sugerida por Stark (1984).

A segunda atividade nada mais é do que uma complementação da primeira amostra que, a princípio, foi omitida com o propósito de levantar questões relevantes, não somente matemáticas, mas também do comportamento do fenômeno estudado.

Atividade 2: Agora o número de bactérias ***y***, por unidade de volume (*u.v.*), existente em uma cultura após o tempo ***x***, em unidades de tempo (*u.t.*), teve amostra discreta analisada e apresentada na tabela abaixo, em um período de 9 (nove) *u.t.*
Pede-se aproximar e visualizar os dados discretos em diferentes curvas contínuas, fazendo análise crítica dos respectivos métodos quanto à amostra.

Tempo ***x*** (*u.t.*)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Volume ***y*** (*u.v.*)	32	47	65	92	132	148	158	166	172	175

Com auxílio da interface CalcX (Scilab), obtemos o polinômio interpolador de Lagrange, “Equação (8)” e sua representação no “Gráfico 2”, que mostra variações abruptas na variação da função visíveis principalmente nos intervalos $x \in [0,1]$ e $x \in [8,9]$, podendo gerar erros significativos de estimativa sem considerarmos o comportamento específico da amostra em questão. Uma maneira de se interpolar dados de uma amostra que apresentem variações abruptas e inconstantes, seria pelo método de Splines, contido no serial de algoritmos do pacote Scilab, este também inserido na interface CalcX (Scilab), vide representação do “Gráfico 3” que mostra quase que uma concordância perfeita da curva parametrizada com os dados da amostra sem apresentar sinuosidades fora da tendência de pontos consecutivos.

$$P_9(x) = 32 - 223,37937x + 613,47659x^2 - 613,66493x^3 + 318,09028x^4 - 94,68588x^5 + 16,83194x^6 - 1,76739x^7 + 0,10119x^8 - 0,00244x^9 \quad (8)$$

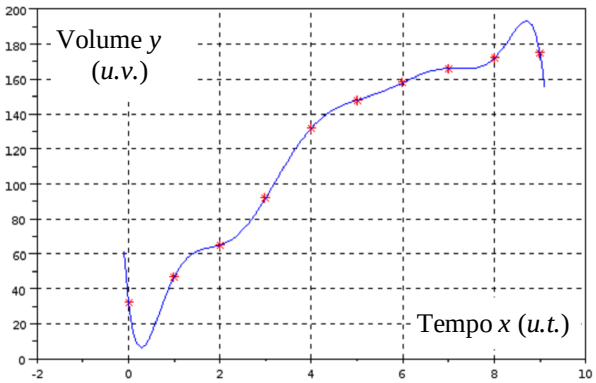

Gráfico 2: Polinômio interpolador de Lagrange

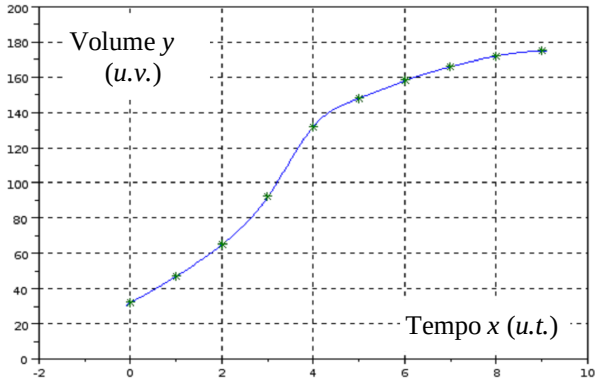

Gráfico 3: Curva interpolada por Splines

Uma das argumentações que nos satisfaz quanto à escolha de ajustes de funções para estimativas de interpolação e até de extrapolação é a de manter uma tendência de comportamento da amostra diante dos dados visíveis em um gráfico de dispersão. Mesmo que alguns ou todos os pontos não sejam coincidentes com as curvas, a compensação da minimização dos erros resultará em um somatório de resíduos com tendência a se anular. Tais questões poderiam ser discutidas futuramente em pesquisas envolvendo regressão no estudo de Estatística.

Outro ponto a se observar seria o aumento do grau do polinômio ajustado que nesta amostra minimizam os “erros individuais” e consequentemente os resíduos, veja na sequência as “Equações (9), (10), (11) e (12)” seguidos dos respectivos “Gráficos 4, 5, 6 e 7”.

$$Q_1(x) = 40,1273 + 17,4606x \quad (9)$$

$$Q(x)_2 = 20,9909 + 31,8129x - 1,5947x^2 \quad (10)$$

$$Q_4(x) = 33,2692 - 1,9903x + 13,728x^2 - 2,3165x^3 - 0,1123x^4 \quad (11)$$

$$Q_4(x) = 31,9782 - 13,7458x + 75,3051x^2 - 74,8247x^3 + 36,6697x^4 - 9,4405x^5 + 1,3102x^6 - 0,0930x^7 + 0,0027x^8 \quad (12)$$

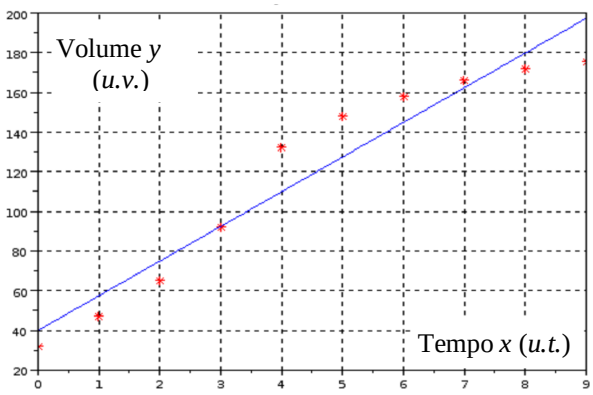

Gráfico 4: Ajuste linear

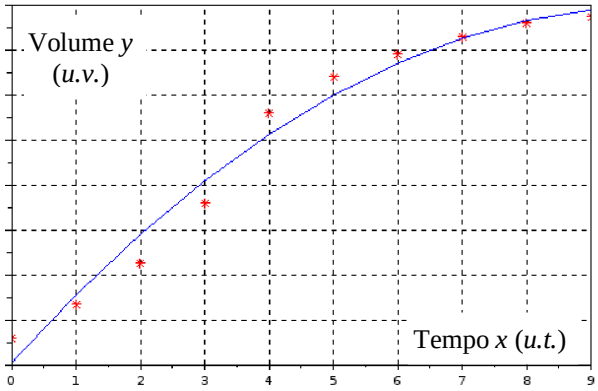

Gráfico 5: Ajuste polinomial de grau 2

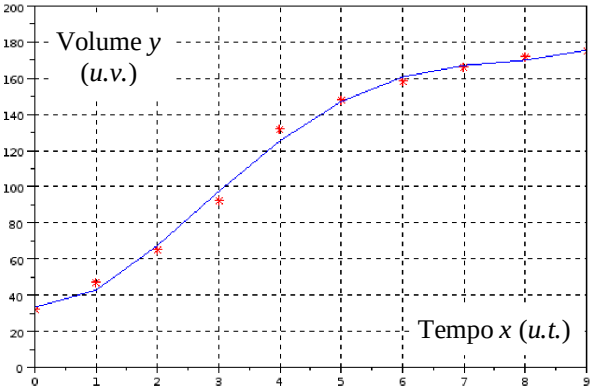

Gráfico 6: Ajuste polinomial de grau 4

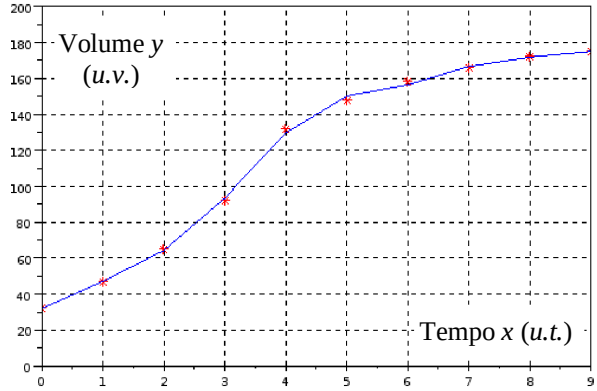

Gráfico 7: Ajuste polinomial de grau 8

O comportamento dos ajustes polinomiais de grau 4 e 8 mostram também uma tendência de crescimento estrito mais suave. É importante percebermos que durante as quatro primeiras *u.t.* de experiência a quantidade em *u.v.* tendeu a aumentar rapidamente, já no próximo intervalo de tempo acrescido, a amostra apresentou um crescimento mais moderado com tendência a uma possível estabilização, ou não. Tal crescimento pode ser modelado pelo chamado Crescimento Logístico de Verhulst[4] (Matemático e doutor na teoria dos números da Universidade de Gante em 1825, Bruxelas, Bélgica) que estabeleceu uma equação como modelo deste tipo de crescimento populacional, "Equação (13)":

$$P(t) = \frac{k \cdot P_0}{P_0 + (k - P_0)e^{-at}} \quad , \tag{13}$$

onde $P(t)$ representa a população no momento t, k a população suporte, P_0 a população no início do experimento, e o número de Euler e a a taxa de crescimento intrínseca.

Nosso estudo visa mais pesquisas de curvas aplicáveis em aproximação de funções e a inserção de ajuste logístico nos comandos da interface CalcX (Scilab).

[4] Seu modelo de crescimento populacional, proposto em 1838, é baseado na avaliação de estatísticas disponíveis e complementa a teoria do crescimento exponencial com termos representando os fatores de inibição do crescimento. Após uma posterior elaboração foi publicada num trabalho de 1845. Desde os anos 1970 do século XX a equação logística tem recebido grande atenção como exemplo importante da teoria do caos. Verhulst publicou em 1838 a equação logística.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino de Métodos Numéricos nos cursos de engenharia e áreas afins é indispensável, porém apenas o aprendizado dos algoritmos numéricos é insuficiente. Torna-se viável e ideal a utilização de softwares que promovem um ambiente mais acessível, acelerando o processo de trabalho com modelos numéricos, proporcionando maior tempo destinado com a análise dos dados e resultados obtidos.

Para nós professores e pesquisadores a busca de novas alternativas de ação pedagógica para um processo ensino aprendizagem em Cálculo é contínua. Ambientes que propiciem o aluno a experimentar, modelar, criar hipóteses, testar, analisar e decidir gera maior capacidade de abstração e correlação entre teoria e prática. O embasamento teórico de nosso estudo gira em torno de modelos matemáticos por assim pensarmos que a necessidade de adaptação às situações práticas, quase sempre não tão bem comportadas, pode gerar aprendizagem significativa consolidada entre assuntos, antes teóricos, com aplicações particulares ou não.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARENALES, Selma; DAREZZO, A.. Cálculo Numérico: aprendizagem com apoio de software. São Paulo: Thomson, 2008.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARROSO, Leonidas Conceição. Cálculo Numérico: Com aplicações. 2. ed. São Paulo: Harbra, 1987.

BASSANEZI, Rodney C. Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Contexto Editora, 2011.

BURAK, Dionísoi. Modelagem Matemática e a Sala de Aula. In: I EPMEM -Encontro Paranaense da Modelagem Na Educação Matemática., 2004, Londrina, PR. Anais do I EPMEM, 2004.

_____. Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios. In: II EPMEM – Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 2006, Apucarana, PR. Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática, 2006.

_____. Modelagem Matemática: experiências vividas. In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática - CNMEM, 2005, Feira de Santana, BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana, BA: UEFS, 2005.

BURDEN, Richard L.; FARIES, J. Douglas. Análise Numérica: Tradução da 8ª edição norte-americana. 8. ed. São Paulo: Gengage Learning, 2008.

CAMPOS, Frederico Ferreira. Algoritmos Numéricos. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CAPUTO, Homero Pinto. Mecânica dos solos e suas aplicações: fundamentos. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R.. Métodos Numéricos para Engenharia. São Paulo, McGraw-Hill, 2008.

DOLIS, Maria. Ensino de Cálculo e o processo de modelagem. Dissertação de Mestrado. UNESP. Rio Claro, 1989

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Da realidade a ação: reflexões sobre educação e matemática. 4 ed. São Paulo: Summus, 1986.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2009.

FORSDYKE, A. G. Previsão do tempo e clima. 3. ed. São Paulo: Melhoramentos, 1981.

FROTA, Maria Clara Resende. O pensar matemático no ensino superior: concepções e estratégias de aprendizagem dos alunos. 2002. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte.

_____. Experiência Matemática e Formação de Professores. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação, III, Águas de Lindóia, SP, 2006. SBEM, Anais do III SIPEM, 2006. (CD-ROM, arquivo: ISBN: 85-89799-09-3, G07, p.1-12)

FRANCO, Neide Bertoldi. Cálculo Numérico. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

GILAT, Amos; SUBRAMANIAN, Vish. Métodos Numéricos para Engenheiros e Cientistas. São Paulo: Bookman, 2008.

GOMEZ, Claude. Engineering and scientific computing: with Scilab. Boston, Mass: Birkhauser, 1999.

RUGGIERO, Márcia A. Gomes; LOPES, Vera Lúcia da Rocha. Cálculo Numérico: Aspectos Computacionais. 2.ed. São Paulo: Makron Books, 1996.

SPERANDIO, Décio. Cálculo Numérico: Características matemáticas e computacionais dos métodos numéricos. São Paulo: Pearson, 2003.

STARK, Peter A.. Introdução aos Métodos Numéricos. Rio de Janeiro: Interciência, 1984.

DISCUSSION ON MODELS OF CONTINUOUS FUNCTIONS APPROXIMATED TO DISCRETE DATA USING INTERFACE CREATED FROM SOFTWARE SCILAB

Abstract: *This paper reports the discussion of the behavior of mathematical models in approximations of continuous functions applied on samples of discrete data as a strategy for Numerical Calculus study on engineering courses, involving methods of interpolation and curve fitting: polynomial, exponential, logarithmic and logistic growth, inserted into computing environment developed from the study and creation of standalone interface software Scilab in order to speed up the calculations and final results and hence the critical analysis on algebraic models of functions and especially in its graphical representations to validation of these models.*

Key-words: *Function approximation models, Discrete data, CalcX Interface (Scilab).*