



UMA PROPOSTA DE FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA A VISUALIZAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES

Adilson Gustavo do Espírito Santo - adilsongustavo@hotmail.com

Centro Universitário de Volta Redonda, Sistemas de Informação

Av. Paulo Erlei Alves Abrantes, 1325, Três Poços

27240-560 - Volta Redonda - RJ

André Alexandre - andre.alexandre2003@ig.com.br

Universidade Severino Sombra, Mestrado Profissional em Educação Matemática

Avenida Expedicionário Oswaldo de Almeida Ramos, 280, Centro

27700-000 – Vassouras - RJ

Bruno Nunes Myrrha Ribeiro – myrrhaugb@gmail.com

Universidade Severino Sombra, Mestrado Profissional em Educação Matemática

Centro Universitário Geraldo Di Biase, Engenharia Civil, de Produção e Mecânica

Rodovia Benjamin Ielpo, Km 11 - (Estrada Barra do Piraí - Valença)

27101-090 - Barra do Piraí - RJ

Carlos Eduardo Costa Vieira - cadu.vieira@gmail.com

Centro Universitário de Volta Redonda, Sistemas de Informação

Universidade Severino Sombra, Mestrado Profissional em Educação Matemática

Avenida Expedicionário Oswaldo de Almeida Ramos, 280, Centro

27700-000 – Vassouras - RJ

Gilnei Mendes - gilnei.mendes@uol.com.br

Universidade Severino Sombra, Mestrado Profissional em Educação Matemática

Avenida Expedicionário Oswaldo de Almeida Ramos, 280, Centro

27700-000 – Vassouras - RJ

Resumo: *Este artigo apresenta o desenvolvimento do software educacional VISUALSYS – Visualização Gráfica e Modelagem de Sistemas Lineares Bidimensionais e Tridimensionais. Seu objetivo consiste no processo ensino/aprendizagem da disciplina de Álgebra Linear, básica dos cursos de Engenharia. Aborda conceitos de sistemas algébricos lineares, relacionando um paralelo entre elementos algébricos e geométricos, caracterizando a visualização e modelagem de equações no plano e no espaço. Utiliza-se o sistema Mathematica em todo seu desenvolvimento, permitindo as funcionalidade standalone e online. O resultado gerou a ferramenta computacional que complementar a processo ensino-aprendizagem na disciplina de Álgebra Linear.*

Palavras-chave: *Álgebra Linear, software educacional, sistemas lineares.*

1. INTRODUÇÃO

A solução de sistemas de equações algébricas constitui um assunto de demasiada importância dentro das Ciências Exatas e da Terra como também da Engenharia, sendo matéria fundamental em todos os currículos de cursos destas áreas. Uma equação algébrica linear tem uma forma que não impõe dificuldades no entendimento dos métodos de solução. Entretanto, um sistema de equações algébricas lineares representa um desafio à primeira vista em cursos de engenharia.

Não é incomum em Álgebra Linear, observar estudantes que se mostrem dispostos a se esforçar em problemas geométricos, devido à falta de familiaridade com algumas características de visualizações gráficas como: inclinações e interseções. Para auxiliar características mais gerais no campo da Matemática, vêm sendo desenvolvidas ferramentas computacionais, que permite a visualização de formas geométricas associadas às estruturas numéricas e algébricas.

Um exemplo deste tipo de ferramenta é o INTNUM – Integração Numérica (MYRRHA & CARVALHO, 2010). Trata-se de uma ferramenta educacional, direcionada à disciplina de Cálculo Numérico, cujo objetivo principal é visualizar graficamente e numericamente os métodos de integração numérica.

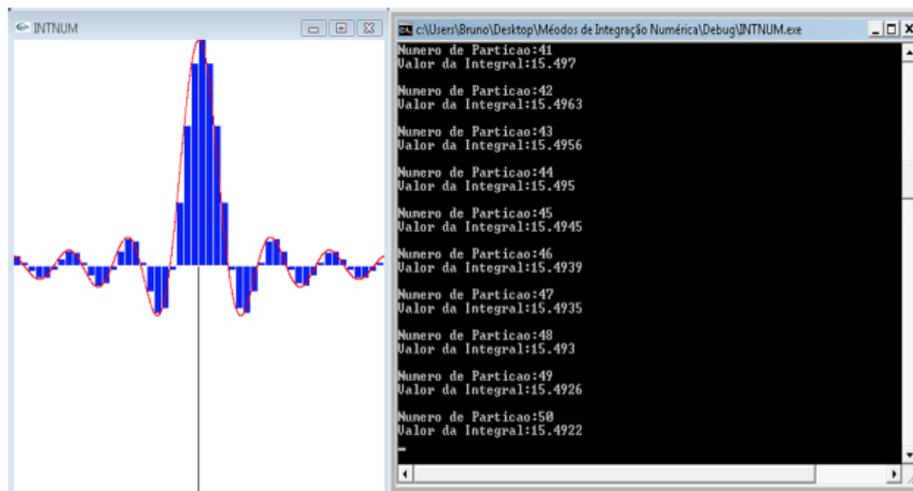


Figura 1 – Software INTNUM (Retirado de Myrrha & Carvalho (2010))

A falta de ferramentas adequadas se torna um empecilho ainda maior durante o processo de ensino de métodos que visam à interpretação gráfica de equações envolvendo termos lineares. Para suprir os conceitos de inclinação e interseção diante da visualização em Sistemas Algébricos Lineares em duas e três dimensões, o projeto teve como objetivo, o desenvolvimento de uma ferramenta para complementar o processo ensino-aprendizagem da disciplina de Álgebra Linear.

Embora essa disciplina aponte um alto índice de reprovação, como se observa nos cursos da UNICAMP (Figura 2) no período de 1993 a 1997 (CELESTINO, 2000), percebe-se na prática docente que muito influi devido à deficiência de conceitos

absorvidos no ensino básico, diretamente observado na interpretação geométrica/algébrica.

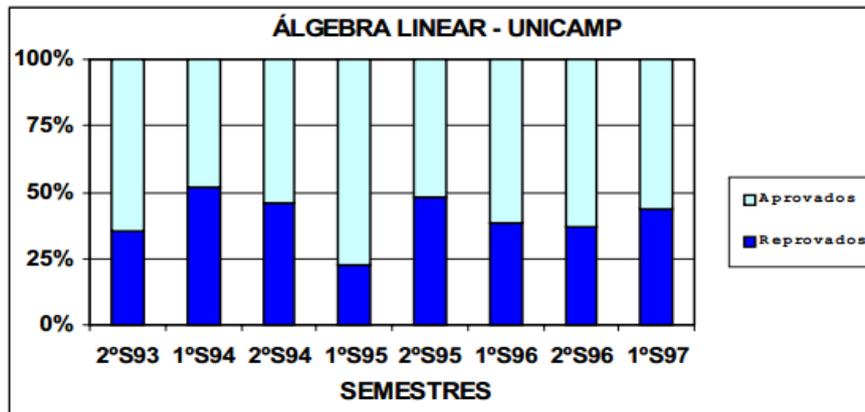


Figura 2 – Aproveitamento na disciplina de Álgebra Linear - UNICAMP (Retirado de Celestino (2000))

Através da ferramenta educacional desenvolvida, pretende-se apresentar como um instrumento interativo que mostra o processo de solução e propriedades algébricas e geométricas, em forma visualmente clara e objetiva, permitindo a verificação das soluções exatas (soluções aproximadas) do conteúdo clássico do currículo, fornecendo e reforçando a prática de assuntos abordados em sala de aula, permitindo a análise e a realização de experimentos, classificados como sistema de exercícios e práticas e de simulação (VALENTE, 2003).

2. SISTEMAS LINEARES E A FERRAMENTA EDUCACIONAL VISUALSYS

Em sua primeira versão, utiliza-se a representação gráfica de sistemas de equações lineares no plano e no espaço, adotando o ambiente Mathematica (Licença Profissional) em todo seu desenvolvimento computacional, abordando conceitos algébricos e geométricos como o foco principal da ferramenta educacional.

2.1. Sistemas Lineares

De acordo com Iezzi (1993), as equações lineares estão presentes em diversas contextualizações cotidianas, que vão desde simples operações comerciais até complexos problemas de engenharia. A forma algébrica das equações se define da seguinte maneira:

$$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \dots + a_nx_n = b \quad (1)$$

com os números reais a_i sendo os coeficientes das variáveis e o número real b chamado de termo independente.



A sequência ordenada de números reais $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$, será solução da equação, se e somente se, $a_1\alpha_1 + a_2\alpha_2 + a_3\alpha_3 + \dots + a_n\alpha_n = b$ for verdadeira.

O sistema linear é um conjunto de duas ou mais equações lineares, nas incógnitas x_i , podendo ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (2)$$

A sequência ordenada de números reais $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_n$, será solução do sistema linear, se somente se, for verdadeiro as igualdades:

$$S = \begin{cases} a_{11}\alpha_1 + a_{12}\alpha_2 + \dots + a_{1n}\alpha_n = b_1 & (\text{sentença verdadeira}) \\ a_{21}\alpha_1 + a_{22}\alpha_2 + \dots + a_{2n}\alpha_n = b_2 & (\text{sentença verdadeira}) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{m1}\alpha_1 + a_{m2}\alpha_2 + \dots + a_{mn}\alpha_n = b_m & (\text{sentença verdadeira}) \end{cases} \quad (3)$$

A ilustração apresentada na Tabela 1, facilmente indica a interpretação geométrica na classificação de sistemas lineares no espaço.

Tabela 1 – Classificação de sistemas com 3 variáveis.

Classificação	Número de soluções	Posição Relativa
Sistema Possível e Determinado (SPD)	uma solução	
Sistema Possível e Indeterminado (SPI)	infinitas soluções	
Sistema impossível (SI)	nenhuma solução	
Retirada de Iezzi (1993)		



2.2. Software Educacional

Não se pode mais contestar o fato de que as crianças nascerem dentro de um mundo informatizado. Os primeiros contatos com os computadores acontecem muito antes dos primeiros contatos com a escola. Segundo Milani (2001), o computador, símbolo e principal instrumento do avanço tecnológico, não pode mais ser ignorado pela escola. No entanto, o desafio é colocar todo o potencial dessa tecnologia a serviço do aperfeiçoamento do processo educacional, aliando-a ao projeto da escola com o objetivo de preparar o futuro cidadão.

Os alunos atuais questionam cada vez mais os métodos usados nas escolas, que na maioria das vezes, são ultrapassados porque pertenciam a uma época onde a tecnologia não fazia parte do dia a dia das pessoas. O uso do computador pode permitir que o aprendizado não se limitasse à classe de problemas estruturado (situações ideais), mas também à dos mais realistas, onde novas tecnologias de informação e comunicação já deixaram de ser modismo e fazem parte das necessidades diárias de um bom profissional (CLAUDIO & CINHA, 2001).

Segundo Claudio e Cunha (2001), também é de fundamental importância que os professores sejam preparados, antes de iniciar qualquer atividade com o computador; que tenham competência para determinar as estratégias de ensino que utilizarão; que conheçam as potencialidades e as restrições do software por ele escolhido e que tenham claros seus objetivos na seleção do software.

Tratando-se do ensino da matemática, a utilização de um software educacional auxilia o trabalho em sala de aula, permitindo diversas possibilidades de demonstração de resultados de uma situação problema. Claudio e Cunha (2001) afirmam que a escolha do software deve se fundamentar na proposta pedagógica da disciplina, colocando o professor na posição de escolha do tipo de software que permite a exploração construtivista do conhecimento, assumindo o profundo domínio do conteúdo abordado e da utilização da ferramenta educacional.

D'Ambrosio (2009), faz uma excelente analogia no seu livro intitulado "Educação Matemática: da teoria à prática", informando que: na década de 1970 surgiu às calculadoras, que representam uma grande revolução no ensino da matemática, equivalente ao impacto da numeração indo-arábica no século XIII. Atualmente pode-se afirmar a utilização pedagógica de computadores e softwares da mesma forma que as calculadoras da década de 70, como um novo horizonte na evolução dos métodos de ensino.

2.3. Desenvolvimento Computacional

Trata-se de um desenvolvimento tecnológico tomado como referencial a ferramenta computacional SCDI 1 – Sistema de Cálculo Diferencial e Integral 1 (MYRRHA, 2011), um *software* educacional para auxiliar o processo ensino-aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral 1 (Figura 3), básica dos cursos de Engenharia.

Em todo o desenvolvimento computacional, utilizou-se o software Mathematica (Licença Profissional), sistema especialista em computação algébrica e de linguagem própria, emergente em conceitos elevados no desenvolvimento de interface.

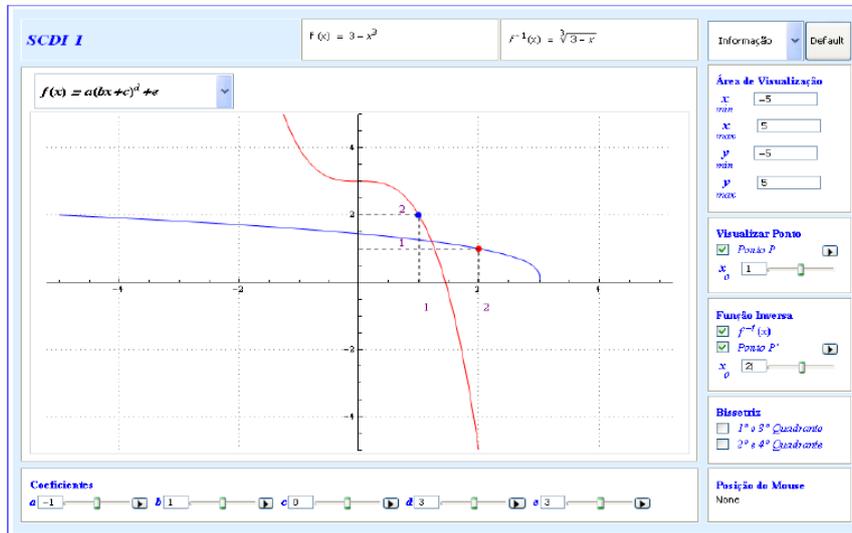


Figura 3 – Software SCDI 1 (Retirado de Myrrha (2011))

O software Mathematica é adotado em universidades nacionais e internacionais, sendo um sistema pivô de várias descobertas e inovações, servindo de base para milhares de artigos científicos, surgindo como uma importante ferramenta em computação aplicada (WOLFRAM, 2012).

2.4. A Ferramenta VISUALSYS

Apresenta-se a ferramenta computacional educacional VISUALSYS – Uma Ferramenta Computacional para Visualização Gráfica de Sistemas Bidimensionais e Tridimensionais. Seu objetivo principal é visualizar e modelar sistemas lineares em duas e três variáveis, além de indicar sua forma matricial, mediante a alteração dos coeficientes das equações.

Observa-se a utilização da ferramenta educacional, representando graficamente a solução de um sistema bidimensional e um tridimensional sem solução:

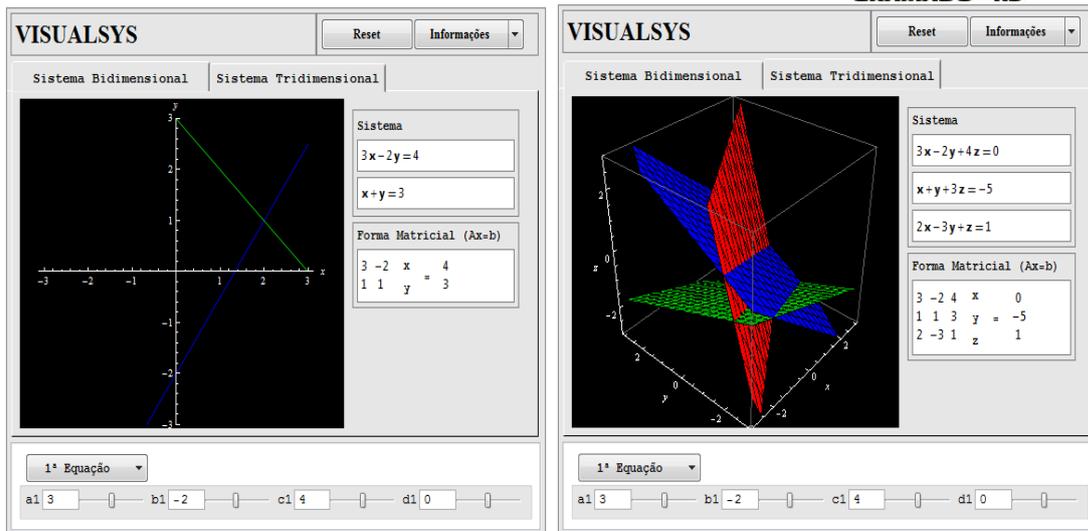


Figura 4 – Software VISUALSYS (Sistema Bidimensional e Tridimensional)

A ferramenta computacional VISUALSYS foi desenvolvida no formato CDF(Computable Document Format), um formato público e gratuito. Os termos para a utilização do conteúdo dos FreeCDFs estão sob licença Creative Commons Attribution - ShareAlike (CC BY-SA), determinada pela empresa desenvolvedora do formato. A licença permite copiar, distribuir, transmitir, derivar e fazer uso comercial da obra, sob a condição de creditar a obra da forma especificada pelo autor e no caso de obras derivadas, a licença é compartilhada.

A execução do VISUALSYS é funcional nas formas standalone e online sendo necessário o CDF Player, um software gratuito desenvolvido e disponibilizado pela Wolfram Research, específico na leitura dinâmica dos CDFs. Suporta a funcionalidade desktop e web para as plataformas Windows e Mac OS X e apenas desktop para Linux.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho culminou em uma ferramenta computacional educacional que facilitará o entendimento de conceitos básicos de sistemas lineares, tornando a temática mais interessante e compreensível através da tecnologia, estimulando a aprendizagem dos conceitos de uma forma lúdica. A próxima etapa desse projeto consiste na avaliação/validação, aplicando-o na disciplina de Álgebra Linear.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CELESTINO, M. R.; PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO. Ensino-Aprendizagem da Álgebra Linear: as pesquisas brasileiras na década de 90. São Paulo: PUC-SP; 2000. Dissertação (Mestrado)



CLAUDIO, D. M.; CUNHA, M. L.. As novas tecnologias na formação de professores de Matemática. In: CURY, Helena Noronha (org.). Formação de professores de Matemática: uma visão multifacetada. 1. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

D'AMBRÓSIO, U. Educação Matemática: da teoria à prática. Campinas: PAPIRUS, 2009. 17ª edição.

IEZZI, G.. Fundamentos da matemática elementar, 4: sequências, matrizes, determinantes, sistemas; 6ª ed. São Paulo: ATUAL, 1993.

MILANI, E., A informática e a comunicação matemática. Em K. S. Smole & M. I. Diniz (Orgs.); Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática, Porto Alegre: ARTMED, 2001, p.[176] - 200.

MYRRHA, B. N. ; Carvalho, C. V. A. . INTNUM: Uma Ferramenta Computacional para Visualização e Cálculo dos Métodos de Integração Numérica. Revista Eletrônica TECCEN, Vassouras, v. 3, n. 2, Edição Especial, p. 71-84, 2011.

MYRRHA, B.. SCDI I - Uma Ferramenta Computacional Educacional para a Visualização, Modelagem e Inversão de Funções Matemáticas. Revista Eletrônica TECCEN, Vassouras, v.4, n.2, p. 05-14, 2011.

VALENTE, J. A. Diferentes Usos do Computador na Educação. In: J. A. Valente (Org.), Campinas, SP: Gráfica da UNICAMP, 2003.

WOLFRAM, S. The Mathematica Book. 4 ed. EUA: Cambridge University Press, 1999.

WOLFRAM, S. **Wolfram Research**. Disponível em: <<http://www.wolfram.com>> Acesso em: 01 fev. 2013.

A PROPOSED COMPUTATIONAL TOOL FOR VIEWING OF LINEAR SYSTEMS

Abstract: *This paper presents the development of educational software VISUALSYS - Graphic Visualization and Modeling of Two-Dimensional and Three-Dimensional Linear Systems. Its the teaching / learning process of the discipline of linear algebra, basic courses in Engineering. Addresses concepts of linear algebraic systems, linking parallels between algebraic and geometric elements, characterizing the modeling and visualization of equations in the plane and in space. We use the Mathematica system throughout its development, allowing the standalone functionality and online. The result generated a computational tool that will complement the teaching-learning process in the discipline of Linear Algebra.*

Key-words: *Linear Algebra, educational software, linear systems.*