



PROJETO “CÔNICAS, QUÁDRICAS E AS GRANDES OBRAS”: UMA CONTRIBUIÇÃO O ENSINO DE GEOMETRIA ANALÍTICA NA ENGENHARIA CIVIL

Sara Coelho da Silva – sarasilva@utfpr.edu.br

Adilandri Mercio Lobeiro – alobeiro@utfpr.edu.br

UTFPR, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus de Campo Mourão,
Departamento de Matemática.

Via Rosalina Maria dos Santos, 1233

87301899 – Campo Mourão - Paraná

Liliana Gramani – gramani@ufpr.br

Eloy Kaviski – eloydhs@ufpr.br

UFPR, Universidade Federal do Paraná, PPGMNE, Programa de Pós-Graduação em Métodos
Numéricos em Engenharia.

Centro Politécnico – CAIXA POSTAL 19011

81531-970 – Curitiba – Paraná

***Resumo:** Este artigo tem como objetivo apresentar um relato de uma experiência com a modelagem matemática no ensino de Geometria Analítica, na Engenharia Civil, buscando ressaltar a importância da modelagem como fator de motivação à aprendizagem significativa de matemática nos cursos de Engenharia. Esta proposta foi executada como o projeto “Cônicas, Quádricas e as grandes obras” no primeiro período do curso, integralizando as Atividades Práticas Supervisionadas (APS) que complementam a carga horária das disciplinas ofertadas na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), campus Campo Mourão. A metodologia utilizada foi modelar algebricamente, geometricamente e computacionalmente as cônicas e quádricas presentes em grandes obras da construção civil fazendo uso dos conceitos teóricos da Geometria Analítica e do software Maple.*

***Palavras-chave:** Geometria Analítica, Engenharia Civil, Modelagem Matemática, Quádricas, Maple.*

1. INTRODUÇÃO

Os calouros dos cursos de Engenharia enfrentam grandes dificuldades no início do curso para acompanharem disciplinas básicas que envolvem Matemática e são requisitos fundamentais das disciplinas específicas do seu curso, devido à falta de conhecimento sólido em matemática e pelo fato deste suporte matemático ser apresentado isoladamente sem vínculo com as disciplinas específicas ou com a realidade do futuro engenheiro.

Desta forma, disciplinas iniciais do curso, como Geometria Analítica e Cálculo Diferencial e Integral se tornam um fardo muito pesado sem aplicação imediata, tornando-se



as principais responsáveis pelos altos índices de reprovação e até mesmo desistência do curso nos semestres iniciais.

Por outro lado, a realidade enfrentada pelo docente também é muito complicada. Diante da necessidade de trabalhar os vários assuntos teóricos apontados nas ementas das disciplinas básicas, num espaço curto de tempo, muitas vezes não se encontra possibilidades de apresentar na prática estes conceitos matemáticos, não contribuindo assim com o preparo do aluno na resolução de problemas que enfrentará em sua carreira como engenheiro.

Portanto, no presente artigo relataremos uma estratégia de ensino para Geometria Analítica, mais precisamente para o estudo das quádricas, aliada a modelagem matemática e ao uso de tecnologias visando evidenciar a relação teoria *versus* prática.

2. O PROJETO “CÔNICAS, QUÁDRICAS E AS GRANDES OBRAS”

A carga horária das disciplinas ofertadas na UTFPR contempla uma porcentagem de horas reservada para as APS. Estas atividades têm como objetivo complementar a formação do graduando através da pesquisa orientada. Portanto, estas “horas extras” possibilitam aos docentes uma maneira diversificada de incentivar a pesquisa teórica através de atividades práticas.

2.1. Desenvolvimento do projeto

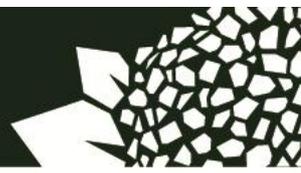
O projeto foi elaborado com o intuito de incentivar a modelagem geométrica, algébrica e computacional das cônicas e quádricas utilizadas em grandes obras.

O trabalho em equipe e a autoconfiança foram motivados pela proposta de criação de grupos que definiriam qual obra da engenharia civil (brasileira ou não) seria modelada algebricamente e computacionalmente fazendo uso do software Maple. Para (Biembengut, 2005), uma das vantagens do tema ser escolhido pelos alunos é o fato de eles se sentirem participantes do processo.

Várias obras foram escolhidas durante os semestres em que o Projeto foi proposto, dentre estas podemos citar as pontes: Harbour Bridge, em Sidney, Austrália, Golden Gate Bridge, na entrada da baía de São Francisco, Califórnia, Estados Unidos e a ponte do Alamillo, Sevilha, Espanha; os templos religiosos: igreja da Pampulha, Belo Horizonte, Minas Gerais e a mesquita Domo da Rocha, no centro visual do Monte do Templo, em Jerusalém, Israel e; obras nacionais importantíssimas, como: o Maracanã, no Rio de Janeiro, a Estufa das Três Abóbodas do Jardim Botânico Fanchette Rischbieter, no Jardim Capanema, Curitiba, Paraná; o Palácio do Congresso Nacional e o Museu Nacional de Brasília e o Museu Oscar Niemayer, Curitiba.

Após definir a obra a ser modelada, os alunos ficaram encarregados de pesquisar os aspectos qualitativos (humanísticos): local, ano de início e tempo de construção, objetivo de criação da obra, arquitetos e engenheiros responsáveis; e os aspectos quantitativos (matemáticos): dimensões da obra, curvas e superfícies encontradas no esboço da obra e o ponto referencial a ser adotado como origem do sistema tridimensional.

As orientações sobre o uso do software e a modelagem algébrica do esboço de cada obra ocorreram no horário de atendimento, ofertado semanalmente na instituição.



A motivação e o envolvimento dos alunos no projeto são alguns dos fatores que motivam o desenvolvimento deste trabalho. Outro fator motivacional é o amadurecimento matemático que se percebe nos alunos quanto à representação tridimensional e a manipulação das quádras após a execução do projeto.

2.2. *Maple*: o software utilizado no desenvolvimento do projeto

O *Maple* tem sido um aliado para os discentes de matemática, pois possui recursos para resolver cálculos numéricos e algébricos, tem uma excelente visualização gráfica e pode ser utilizado para programação matemática.

A UTFPR possui a licença e instalação do software e o mesmo encontra-se instalado em todos os laboratórios de computação, o que facilita o uso pelos alunos. Mas, optamos por este software não só por essa comodidade, mas principalmente por sua alta relação algébrica e computacional: as representações gráficas tridimensionais são obtidas por meio de equações algébricas. O aluno só obtém um gráfico no *Maple* se souber expressá-lo algebricamente, e este fato traz contribuições para o ensino de Geometria Analítica.

Para as representações gráficas aqui citadas foram utilizados os pacotes de plotagem do software: *plots*, *plottools* e *geom3d*. Alguns comandos básicos também foram usados como: *implicitplot3d* para plotagem de superfícies descritas por equações implícitas; $S:=$ para armazenamento de uma superfície S descrita por uma equação, *display(S1,S2,...,SN)* para plotagem conjunta de superfícies armazenadas.

Em (CRUZ, 2008) e (MARIANI, 2005) são descritas todas as técnicas necessárias para manipulação do software *Maple*.

2.3. Descrição detalhada de um modelo: A Praça dos Três Poderes e o Palácio do Congresso Nacional

A Praça dos Três Poderes e o Palácio do Congresso Nacional situados no Distrito Federal, foram projetados por Oscar Niemeyer no final da década de 1950 e representaram um movimento resolutivo na Arquitetura Moderna Brasileira.

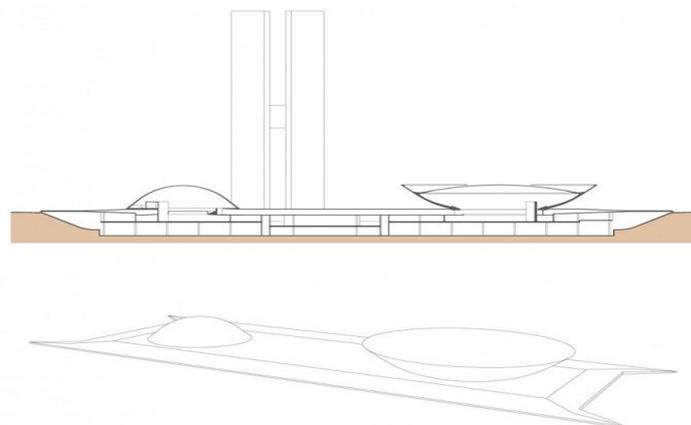


Figura 1: Corte Longitudinal do Projeto executado e Maquete da plataforma das cúpulas.

Fonte: <<http://mdc.arq.br/2009/03/09/congresso-nacional-da-documentacao-tecnica-a-obra-construida>>



Desta obra analisaremos somente o esboço externo, o “invólucro” da obra e evidenciaremos os modelos matemáticos para: o lago da praça central, a rampa de acesso, o prédio principal, a cúpula invertida do Senado, a cúpula da Câmara e os prédios anexos ao Palácio.



Figura 2: A Praça dos Três Poderes e o Palácio do Congresso Nacional

Fonte: <<http://homosapiensbrazil.blogs.com.br/2010/10/eleicoes-2010-24-senadoresas-e-154.html>>

Para modelagem utilizaremos: o eixo y , para demarcar o comprimento; o eixo x , a largura; o eixo z , a altura; a origem do sistema estará situada sobre o ponto médio do vão entre as duas cúpulas (Senado e Câmara) no teto do prédio principal.

De acordo com as referências pesquisadas, o prédio principal possui 60 m de largura, 160 m de comprimento e 10 m de altura. Portanto, as equações abaixo modelam o teto e as paredes do prédio principal:

$$\text{Teto}=\pi_1=\{z=0:-30\leq x\leq 30,-90\leq y\leq 90\} \quad (1)$$

$$\text{Parede dianteira}=\pi_2=\{x=25:-75\leq y\leq 75,-7,5\leq z\leq 0\} \quad (2)$$

$$\text{Parede traseira}=\pi_3=\{x=-25:-80\leq y\leq 80,-7,5\leq z\leq 0\} \quad (3)$$

$$\text{Parede lateral direita}=\pi_4=\{y=75:-25\leq x\leq 25,-7,5\leq z\leq 0\} \quad (4)$$

$$\text{Parede lateral esquerda}=\pi_5=\{y=-75:-25\leq x\leq 25,-7,5\leq z\leq 0\} \quad (5)$$

$$\text{Terraço}=\pi_6=\{z=-7,5:-27\leq x\leq 30,-80\leq y\leq 80\} \quad (6)$$

Nas equações dos planos que constituem o prédio principal, foi acrescentada a variação sobre a variável fixa, para garantir a visualização gráfica. Por exemplo, a Equação (1) é armazenada em *Maple*, do seguinte modo: `teto:=implicitplot3d(z=0, x=-30..30,y=-90..90,z=-2..10,style=patchnogrid,color="Gray")`.

Como podemos observar na Figura 3, há no prédio principal uma sequência de colunas espaçadas igualmente em toda a fachada do prédio principal.



Figura 3: Visualização das colunas da fachada do prédio principal

Fonte: <<http://v1.portalhoje.com/tag/congresso>>

Para modelagem das colunas, também utilizaremos equações de planos. Cada uma das 17 colunas frontais de 10 m de altura é representada por uma junção de 03 planos, que representam o plano frontal da coluna e suas laterais de largura de 2m e comprimento igual a 1m. Estas colunas são igualmente espaçadas, portanto utilizaremos os seguintes conjuntos:

$$coluna1a = \{x=27:74 \leq y \leq 75, -10 \leq z \leq 0\} \quad (7)$$

$$coluna1b = \{y=74:25 \leq x \leq 27, -10 \leq z \leq 0\} \quad (8)$$

$$coluna1c = \{y=75:25 \leq x \leq 27, -10 \leq z \leq 0\} \quad (9)$$

Adotando um espaçamento de 11 m entre as colunas, teremos:

$$coluna2a = \{x=27:62 \leq y \leq 63, -10 \leq z \leq 0\} \quad (10)$$

$$coluna2b = \{y=62:25 \leq x \leq 27, -10 \leq z \leq 0\} \quad (11)$$

$$coluna2c = \{y=63:25 \leq x \leq 27, -10 \leq z \leq 0\} \quad (12)$$

A partir da 2ª coluna utilizaremos um espaçamento de 8 m entre elas e trabalharemos de modo análogo até obtermos:

$$coluna16a = \{x=27:-64 \leq y \leq -63, -10 \leq z \leq 0\} \quad (13)$$

$$coluna16b = \{y=-64:25 \leq x \leq 27, -10 \leq z \leq 0\} \quad (14)$$

$$coluna16c = \{y=-63:25 \leq x \leq 27, -10 \leq z \leq 0\} \quad (15)$$

A última coluna está afastada 10 m, ou seja:

$$coluna17a = \{x=27:-75 \leq y \leq -74, -10 \leq z \leq 0\} \quad (16)$$



$$\text{coluna17b} = \{y = -75: 25 \leq x \leq 27, -10 \leq z \leq 0\} \quad (17)$$

$$\text{coluna17c} = \{y = -74: 25 \leq x \leq 27, -10 \leq z \leq 0\} \quad (18)$$

De forma simétrica, embora não visualizadas na foto anterior, dispostas atrás do prédio principal, as mesmas 17 colunas, usando equações semelhantes com o valor de x simétrico.

Para acesso ao prédio principal temos três passarelas contornando o lago. Duas destas possuem 57 m de comprimento a frente das colunas do prédio principal, $25 \leq x \leq 82$ e 8 metros de largura (variação em y) e são descritas pelas equações:

$$\text{Passarela esquerda} = \pi_7 = \{z = -10: 25 \leq x \leq 82, -58 \leq y \leq -50\} \quad (22)$$

$$\text{Passarela direita} = \pi_8 = \{z = -10: 25 \leq x \leq 82, 54 \leq y \leq 62\} \quad (23)$$

Já a passarela a frente do lago, tem sua largura de 8 m, descrita em x , e seu comprimento de 120 m em y , portanto sua equação é dada por:

$$\text{Passarela frontal} = \pi_9 = \{z = -10: 82 \leq x \leq 90, -58 \leq y \leq 62\} \quad (24)$$

O lago de frente ao prédio principal é o plano contornado pelas passarelas, ou seja, é dado pela equação:

$$\text{Lago} = \pi_{10} = \{z = -10: 25 \leq x \leq 82, -50 \leq y \leq 54\} \quad (25)$$

A passarela de acesso aos prédios anexos está sobre o prédio principal e possui 65 m de comprimento (variando em x) e 8 m de largura (variando em y) disponibilizada a partir do ponto P(-30,-30,0), ou seja, é descrita pela equação:

$$\text{Passarela de acesso} = \pi_{11} = \{z = 0: -95 \leq x \leq -30, -30 \leq y \leq -22\} \quad (26)$$

Os edifícios das torres anexas do Palácio do Congresso Nacional, atrás do prédio principal, possuem 45m de comprimento, 12, 25m de largura, 100 m de altura e possuem 8 m de afastamento. Portanto, são descritos pelas seguintes equações:

$$\text{Teto da Torre 1} = \pi_{12} = \{z = 90: -95 \leq x \leq -50, -42,25 \leq y \leq -30\} \quad (27)$$

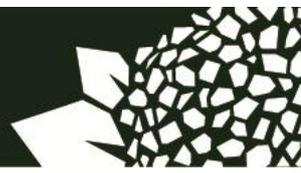
$$\text{Lateral esquerda da Torre 1} = \pi_{13} = \{y = -42,25: -95 \leq x \leq -50, -10 \leq z \leq 90\} \quad (28)$$

$$\text{Lateral direita da Torre 1} = \pi_{14} = \{y = -30: -95 \leq x \leq -50, -10 \leq z \leq 90\} \quad (29)$$

$$\text{Dianteira da Torre 1} = \pi_{15} = \{x = -50: -42,25 \leq y \leq -30, -10 \leq z \leq 90\} \quad (30)$$

$$\text{Traseira da Torre 1} = \pi_{16} = \{x = -95: -42,25 \leq y \leq -30, -10 \leq z \leq 90\} \quad (31)$$

Procedimento análogo é utilizado para obtenção da Torre 2.



Em *Maple*, a única alteração nas equações (27) – (31) é uma **limitação sobre a variável que define cada plano** para tornar possível a visualização gráfica. Por exemplo, na Equação (27) em *Maple* a variação de z é dada por: $z = -20..110$.

Observando frontalmente o palácio podemos ver que há passarelas de ligação entre as torres e entre os tetos:



Figura 4: Visualização das passarelas de ligação entre as torres anexas.

Fonte: <<http://v1.portalhoje.com/tag/congresso>>

Estas passarelas de ligação serão descritas por um conjunto de planos, a partir dos 30 m de altura com espaçamento de 2 m (entre as três primeiras). Cada passarela terá: 2m de altura, 5 m de largura e 8 m de comprimento, dispostas entre as paredes laterais das torres.

Portanto, adotaremos: $-75 \leq x \leq -70$ (largura) e $-30 \leq y \leq -22$ (ligando as duas torres) e as seguintes equações:

$$\text{Ligação}11 = \{x = -70: -30 \leq y \leq -22, 30 \leq z \leq 32\} \quad (32)$$

$$\text{Ligação}21 = \{x = -75: -30 \leq y \leq -22, 30 \leq z \leq 32\} \quad (33)$$

$$\text{Pass}1 = \{z = 32: -30 \leq y \leq -22, -75 \leq x \leq -70\} \quad (34)$$

Procedendo de modo análogo usaremos a variação $34 \leq z \leq 36$ para obtermos Ligação12, Ligação 22 e $38 \leq z \leq 40$, para Ligação13, Ligação23. Para Pass2, usaremos $z = 36$ e para Pass3, $z = 40$. Já para a passarela de ligação entre os tetos das torres anexas usaremos a variação $88 \leq z \leq 90$ para Ligação14, Ligação23 e $z = 90$ para Pass4.

As rampas de acesso ao palácio, serão modeladas matematicamente por equações de planos.

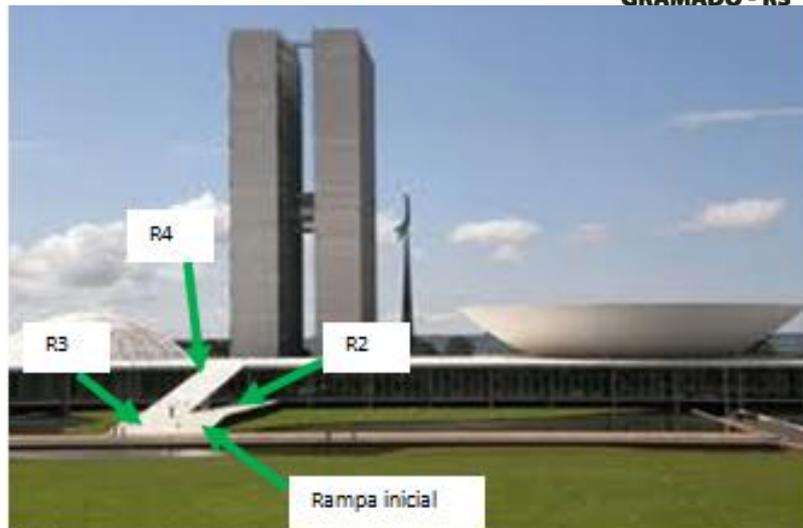
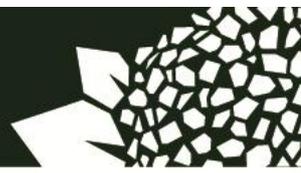


Figura 5: identificação das rampas do Palácio

< <http://104-anos-deOscar-Niemeyer--veja-as-obras-do-arqui&classname=CMS.News> >

Anexa à passarela frontal há uma rampa “inicial” de 12m de comprimento (em y), 06 m de largura (em x) e altura 2.5 (em z). Tridimensionalmente essa rampa é constituída por um plano inclinado.

Relembrando que, para a parede frontal do prédio principal temos: $-80 \leq y \leq 80$ e; na passarela lateral direita temos: $54 \leq y \leq 62$.

Portanto, sabendo que há 66 m de distância entre a rampa “inicial” e a passarela lateral direita do lago, teremos $54-66=-12$, ou seja, na rampa “inicial” teremos as seguintes variações: $-24 \leq y \leq -12$, $76 \leq x \leq 82$; pois na passarela frontal têm-se $82 \leq x \leq 90$, $-10 \leq z \leq -7,5$, pois a rampa inicial está 7,5 m abaixo do nível do teto do prédio principal.

Para modelarmos inicialmente essa rampa inicial usaremos três pontos para obtermos a equação do plano que a representa matematicamente: $R11(82, -24, -10)$, $R12(82, -12, -10)$ e $R13(76, -24, -7,5)$. Portanto se a parte inclinada da rampa inicial é dada pelo plano que contém esses três pontos, podemos obter esta equação utilizando $P(x,y,z)$ um ponto qualquer da rampa e calculando o produto misto:

$$(R11P, R11R12, R11R13) = \begin{vmatrix} x - 82 & y + 24 & z + 10 \\ 0 & 12 & 0 \\ -6 & 0 & 2,5 \end{vmatrix} = 0 \quad (35)$$

A rampa de acesso ao prédio principal (R2) com 6 m de largura (em y), paralela ao chão e teto (não inclinada) está anexa a rampa inicial na altura $z = -7,5$, ou seja, é modelada pela equação $z = -7,5$ com as seguintes dimensões: $-18 \leq y \leq -12$ e $27 \leq x \leq 76$; com 49 metros de comprimento.

$$R2 = \{(x, y, -7,5): 27 \leq x \leq 76, -18 \leq y \leq -12\} \quad (36)$$

Ainda a equação $z = -7,5$ modela a parte inicial da rampa de acesso ao teto do prédio principal (R3), com as seguintes dimensões: $-24 \leq y \leq -18$ e $76 \leq x \leq 70$.

Por fim, para modelarmos a rampa de acesso ao teto do prédio principal (R4), anexa a rampa 3 e ao teto, basta utilizarmos como anteriormente o produto misto entre os vetores



determinados pelos pontos: $R41(70,-24,-7,5)$, e $P(x,y,z)$, $R42(30,-24,0)$, $R43(70,-18,-7,5)$ respectivamente.

$$R4: \begin{vmatrix} x - 70 & y + 24 & z + 7,5 \\ -40 & 0 & 7,5 \\ 0 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (37)$$

A cúpula do Senado, sobre as galerias de público do plenário, será descrita como um parabolóide de revolução, côncavo para cima, centrado no ponto $P(0,-47,10)$, com 38m de diâmetro e aproximadamente 10m de altura.

Usando equação geral do parabolóide definida em (ANTON , 2001) e (STEINBRUCH, 1978) e sabendo que o centro é $P(0,-47,10)$, o raio é $a= 19$ e para $z=0$, a curva de nível associada é uma circunferência de raio 19, o senado pode ser modelado pela equação:

$$(x - 0)^2 + (y + 47)^2 = -\frac{19^2}{10}(z - 10) \quad (38)$$

Quanto às delimitações da cúpula do Senado, utilizaremos: $-19 \leq x \leq 19$, $-66 \leq y \leq -28$ e $0 \leq z \leq 10$.

Finalmente, a Câmara é descrita aparentemente como um tronco de parabolóide circular côncavo para baixo, com 10 m de altura, 22 m de diâmetro sobre o teto do prédio principal (no nível $z=0$) e 52 m de diâmetro na parte superior (no nível $z=10$).

Para determinarmos seu vértice $V(x_0, y_0, z_0)$ e equação analisaremos a figura:

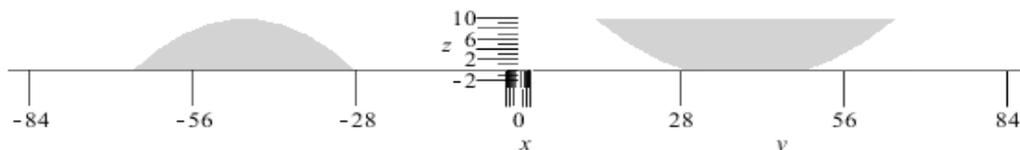


Figura 6: Corte frontal (pelo plano $x=0$) no esboço gráfico do Senado e da Câmara.

Observe que, $S_0(0,-28,0) \in S$, S_0 é um ponto da fronteira de S , de maior distância de seu centro e sobre o eixo y . Logo, $d(O, S_0)=28$ é distância entre a origem O até o Senado sobre o eixo y localizado sobre o teto do prédio principal. Como consideramos anteriormente a origem do sistema $O(0,0,0)$ situado sobre o ponto médio do vão entre as duas cúpulas (Senado e Câmara) no teto do prédio principal, concluímos que: se C é o conjunto de pontos que descreve a Câmara, então: $C_0(0,28,0) \in C$, $d(O, C_0)=28$, C_0 é um ponto extremo da borda circular (de diâmetro 22 m) do parabolóide no plano $z=0$. Logo, $C_1(0,50,0) \in C$, $d(C_1, C_0)=22$.

Sendo a Câmara um parabolóide circular, analisando-a no nível $x=0$, obtemos uma parábola no plano yz , cujas raízes no plano $z=0$ (cujo diâmetro é 22) são os pontos extremos $C_0(0,28,0)$ e $C_1(0,50,0)$. Logo seu vértice está num ponto médio, $V(0,39,z_0)$. Ou seja, a equação do parabolóide circular, pode ser descrita como:



$$\frac{(x-0)^2}{a^2} + \frac{(y-39)^2}{a^2} = c(z - z_0) \quad (39)$$

Substituindo o ponto $C_0(0,28,0)$ na Equação (39) resulta:

$$11^2 = -ca^2z_0 \quad (40)$$

Portanto, a Equação (39) pode ser reescrita como:

$$(x - 0)^2 + (y - 39)^2 = ca^2z + 11^2 \quad (41)$$

Como no nível $z=10$, o parabolóide circular tem diâmetro 52 m, o ponto $C_2(0,13,10) \in C$. Portanto, substituindo $C_2(0,13,10)$ na Equação (41) resulta:

$$ca^2 = \frac{26^2 - 11^2}{10} = 55,5 \xrightarrow{(40)} z_0 = -\frac{11^2}{55,5} = -2,18 \quad (42)$$

Substituindo na Equação (39) os resultados obtido na Equação (42), os pontos da Câmara deverão satisfazer a seguinte equação:

$$(x - 0)^2 + (y - 39)^2 = 55,5(z + 2.18) \quad (43)$$

Portanto, modelamos a Câmara como o tronco do parabolóide circular côncavo para cima, de vértice $V=(0,39, -2,18)$, de base inferior circular (com diâmetro 22 m) e base superior circular (com diâmetro 52 m), com as seguintes limitações: $-26 \leq x \leq 26$, $13 \leq y \leq 65$ e $0 \leq z \leq 10$.

Para uma melhor visualização, utilizaremos também uma junção de planos na base do Palácio, sem interseção (justaposição) com os planos já estabelecidos, obtendo assim a figura:

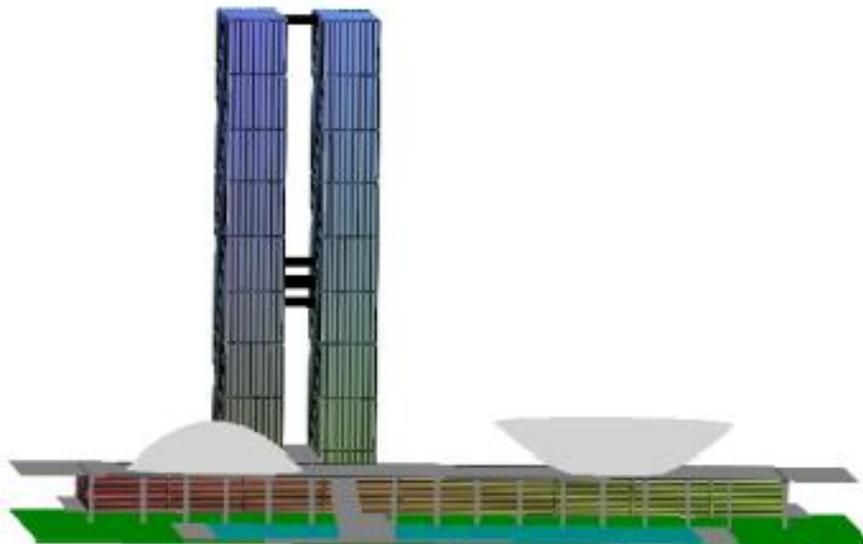


Figura 7 : representação via Maple do Palácio do Planalto Central.

Observa-se assim que planos paralelos aos planos ordenados, planos inclinados e superfícies quádricas como os parabolóides aqui apresentados foram suficientes para modelagem matemática do Palácio do Planalto Central.



3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nestes anos no magistério superior, esta foi uma das melhores experiências que pudemos realizar. E se fosse necessário exprimirmos em uma só palavra esta atividade, sem sombra de dúvida, a palavra que melhor a descreveria seria: envolvimento.

Do momento da escolha da obra até a apresentação em seminário, os alunos estiveram envolvidos e motivados, pois estavam descrevendo através da álgebra um objeto do mundo real, palpável.

Pudemos perceber um avanço significativo na compreensão do espaço tridimensional e da localização de pontos. Os alunos puderam notar que a partir da localização dos três eixos e do ponto referencial (a origem) de interseção destes, é possível descrever a posição de qualquer ponto no espaço.

Os assuntos já explorados em provas anteriores (como planos) ficaram bem mais claros a partir da pesquisa desenvolvida. Por exemplo, foi muito mais significativo na pesquisa o uso de três pontos para determinação da equação de um plano ou o uso de pontos de uma parábola, do que nos exercícios clássicos.

Quando ao estudo das quádricas, o envolvimento foi também significativo: o aluno percebeu a necessidade de trabalhar com quádricas não centradas na origem e mais ainda, percebeu que em muitas situações são exploradas somente “partes” da quádrica e que isso é manipulável, desde que se saiba explicitar os intervalos de variação para x, y, z . Nestes aspectos, a disciplina veio a contribuir até com a iniciação ao Cálculo 2, onde o aluno deverá ser capaz de manipular diferentes domínios de funções de várias variáveis. Na modelagem do Jardim Botânico também nos deparamos com a necessidade de manipular objetos descritos em coordenadas polares, para que pudéssemos descrever setores elípticos. Já na modelagem do hotel Burj-Al-Arab (não descrito neste trabalho) foram usadas coordenadas polares e coordenadas esféricas. Mais uma vez, contribuindo com a iniciação ao Cálculo 2.

Enfim, o que ficou claro com esta experiência foi a grande necessidade que o aluno tem de relacionar a disciplina ao mundo real. E que a partir do momento em que nós professores nos arriscamos e buscamos estabelecer esta relação, o ensino de assuntos tão complexos, como álgebra e geometria, tornam-se muito mais significativo e a aprendizagem dos alunos muito mais prazerosa.

4. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTON, Howard; RORRES, Chris. Álgebra linear com aplicações. 8. Ed. Porto Alegre: Bookmam, 2001, 572 p, il.

BIEMBENGUT, Maria Sallet., HEIN, Nelon. Modelagem matemática no ensino. 4. Ed. São Paulo: Contexto, 2005. 128 p, il.

CRUZ, M. M. d. C. **Usando o software Maple**. Disponível em: <http://www.ccet.ufrn.br/matematica/prof/marcia_maria/Apostila_Maple.pdf> Acesso 20jun. 2013.

JÚNIOR, D. P., SILVA, S. C, VALADÃO, A. V., HOFFSTAETER, R. A., A Estufa do Jardim Botânico como um modelo matemático: uma ferramenta no ensino aprendizagem de



Geometria Analítica. Anais: II Ciclo de Palestras: Perspectivas Matemáticas – CIPEM. Campo Mourão: UTFPR, 2012.

MACEDO, D. M., SILVA, E. G. **Ordens tectônicas no Palácio do Congresso Nacional**. Disponível em: <<http://www.vitruvius.com.br/revistas/read/arquitextos/11.131/3829>> Acesso em: 09 jun. 2013.

MARIANI, V. C. MAPLE: Fundamentos e Aplicações. Rio de Janeiro: LTC, 2005. 530 p, il.

SANTOS, Nathan Moreira dos. Vetores e matrizes: uma introdução à álgebra linear. [colaboradores: Doherty Andrade, Nelson Martins Garcia]. São Paulo: Thomson Learning, 2007. 287 p, il.

SILVA, C.S.; LOBEIRO, A.M.; MACOWSKI, D.H.; CORREA, W.J.. Modelagem Matemática na Engenharia Ambiental: Motivação à Aprendizagem Significativa. Revista NUPEM, Campo Mourão, v.4, n.7, p. 93-106, 2012.

SILVA, E. G., SÁNCHEZ, J. M. M. **Congresso Nacional: da documentação técnica à obra construída**. Disponível em: <<http://mdc.arq.br/2009/03/09/congresso-nacional-da-documentacao-tecnica-a-obra-construida/>> Acesso em: 09 jun.2013.

SILVA, J. A. R. d. UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ, campus Campo Mourão. Representação Gráfica do Ginásio de Esportes Belin Carolo: Utilização das Quádricas e do *Software* Maple, 2012. 69 p. il. Monografia (Especialização).

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. Geometria Analítica. São Paulo: Pearson Books, 1987. 293 p, il.

STEWART, James. Cálculo. Volume 2. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2012. 1077 p, il.

INSTRUCTIONS FOR THE PREPARATION AND SUBMISSION OF PAPERS TO BE PUBLISHED IN THE PROCEEDINGS OF THE XLI BRAZILIAN CONGRESS ON ENGINEERING EDUCATION

Abstract: *This article aims to present an account of an experience with mathematical modeling in teaching Analytical Geometry, Civil Engineering, seeking to emphasize the importance of modeling as a motivating factor to meaningful learning of mathematics in engineering courses. This proposal was implemented as the project "Conical, quadrics and great works" in the first sentence of the course after paying the Supervised Practice Activities (APS) that complement the workload of disciplines offered at Federal Technological University of Paraná (UTFPR), campus field Mourao. The methodology used was to model algebraically, geometrically and computationally conics and quadrics present in large civil construction works making use of theoretical concepts of analytic geometry and the Maple software.*

Key-words: *Analytic Geometry, Civil Engineering, Mathematical Modeling, Quadrics, Maple.*