



MODELAGEM MATEMÁTICA DA CINEMÁTICA INVERSA DO ROBÔ FANUC LR MATE 200iC COM SIMULAÇÃO NO MATLAB

Sérgio Ricardo Xavier da Silva, M.Sc. – sergio.silva@unifacs.br

Rafael Gonçalves Bezerra de Araújo, M.Sc. – rafael.araujo@unifacs.br

Francisco Henriques de Lemos – francisco.lemos@pro.unifacs.br

Fabien Lisias Alcântara Delebosse – fabiendelebosse@gmail.com

Universidade Salvador (UNIFACS), Escola de Engenharia e Tecnologia da Informação.

Rua Vieira Lopes, 2, Rio Vermelho

41940-560 – Salvador – Bahia

Resumo: *O crescimento acelerado da tecnologia permitiu o desenvolvimento de estruturas eletromecânicas mais complexas e específicas para a demanda da indústria. Os robôs surgiram para suprir esta demanda. Para o desenvolvimento de robôs industriais foi necessário o estudo da cinemática com o objetivo de analisar o comportamento da posição e orientação do robô no espaço em relação a um sistema de coordenadas. O robô em estudo é o Fanuc LR Mate 200iC, do Laboratório de Sistemas Mecatrônicos e Robótica da Universidade Salvador. Após a determinação das equações da cinemática inversa do robô, foi implementado um código capaz de comprovar o modelo desenvolvido. Por fim, o trabalho traz como contribuição uma análise e comprovação da notação de Denavit-Hartenberg.*

Palavras-chave: *Robótica Industrial, Cinemática Inversa, Denavit-Hartenberg, Ensino de Robótica, Simulação.*

1. INTRODUÇÃO

Nos tempos modernos, a palavra *robot* foi utilizada pela primeira vez em 1921, quando o escritor tcheco Karel Capek (1890-1938) estreou no teatro nacional de Praga sua obra *Rossum's Universal Robot (R.U.R.)*. Sua derivação é da palavra *robota*, que é de origem sérvia, mas que em russo significa “trabalho forçado”.

Para (ULLRICH, 1987), robô é um equipamento multifuncional e reprogramável, projetado para movimentar materiais, peças, ferramentas ou dispositivos especializados através de movimentos variáveis e programados, para a execução de diversas tarefas. Destacam-se, nesta definição, os termos multifuncional e reprogramável, pelo fato de os robôs serem projetados para executarem, dentro de determinados limites, diversas tarefas.

Ainda, segundo o mesmo autor, os robôs podem ser equipados com sensores para sentir ou perceber calor, pressão, impulsos elétricos e objetos; e podem ser usados com sistemas de visão computacional, podendo monitorar as suas tarefas. Podem também



aprender e se lembrar das tarefas, reagir ao seu ambiente de trabalho, operar outras máquinas e se comunicar quando ocorrem problemas em seu funcionamento.

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira. A seção 2 traça uma breve descrição sobre a cinemática inversa de um robô manipulador. A seção 3 apresenta o robô *Fanuc LR Mate 200iC*, objeto de estudo desta pesquisa, apresentando as etapas do processo de modelagem da cinemática inversa do mesmo, com o máximo de detalhes. A seção 4 apresenta a simulação desenvolvida no *Matlab*. Por fim, a seção 5 conclui o artigo apresentando as considerações finais e perspectivas futuras.

2. CINEMÁTICA INVERSA

Robôs industriais possuem, geralmente, seis graus de liberdade. De acordo com (CRAIG, 2004), a localização de seu efetuador final é especificado através do controle de maneira adequada das suas variáveis articulares, por consequência os valores do conjunto de variáveis de junta de um robô, determinam o posicionamento de seu elemento terminal no sistema de coordenadas de trabalho. Determinar a posição e orientação do efetuador final de um robô manipulador é basicamente, solucionar o problema cinemático direto do mesmo.

O problema cinemático direto, solucionado a partir da notação de Denavit-Hartenberg foi apresentado no XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (SILVA *et al.*, 2012), abordando de uma maneira sistemática a utilização das matrizes homogêneas. A solução da cinemática direta independente da configuração do robô, o mesmo não ocorre com o problema cinemático inverso, sendo que o procedimento para obtenção das equações depende exclusivamente da configuração do manipulador. (BARRIENTOS, 1997). Para robôs que possuem 6 graus de liberdade, a solução de Pieper (CRAIG, 2004) ou método do desacoplamento permite separar o problema em duas etapas independentes, uma relacionada aos três primeiros graus mais próximos à base e outra aos três mais próximos do efetuador final.

2.1. Notação de Denavit-Hartenberg (D-H)

Denavit e Hartenberg propuseram uma notação sistemática para atribuir um sistema de coordenadas ortonormal com a regra da mão direita, um para cada elo numa cadeia cinemática aberta de elos. Uma vez que estes sistemas de coordenadas fixados ao elo são atribuídos, transformações entre sistemas de coordenadas adjacentes podem ser representadas por uma matriz de transformação de coordenadas homogêneas (DENAVIT, 1955).

De acordo com (TSAI, 1999), na representação D-H original, associa-se o eixo de junta ao eixo z e cada matriz é representada pelo produto de quatro transformações básicas envolvendo rotações e translações como podemos observar na Equação (1).

$${}^{k-1}T_k = R_{z,\theta} \cdot Transl_{z,d} \cdot Transl_{x,a} \cdot R_{x,\alpha} \quad (1)$$

O termo $R_{z,\theta}$ representa a rotação θ em torno do eixo z ; $Transl_{z,d}$, a translação d ao longo do eixo z ; $Transl_{x,a}$, a translação a ao longo do eixo x ; e por fim, $R_{x,\alpha}$, representa a rotação α em torno do eixo x . (SILVA *et al.*, 2012).



Esta operação resulta numa matriz representada pela Equação (2), sendo que através desta, é realizado o mapeamento de coordenadas entre os elos do robô manipulador. Sendo que os elementos a_k , d_k , α_k , θ_k representam os quatro parâmetros cinemáticos do robô manipulador. Para o presente artigo, abreviamos $\text{sen}(\theta_i)$ para s_{θ_i} , $\text{cos}(\theta_i)$ para c_{θ_i} , e utilizamos a notação $c_{\theta_{ij}}$ como sendo $\text{cos}(\theta_i + \theta_j)$ e $s_{\theta_{ij}}$ como sendo $\text{sen}(\theta_i + \theta_j)$.

$${}^{k-1}T_k = \begin{bmatrix} c_{\theta_k} & -s_{\theta_k}c_{\alpha_k} & s_{\theta_k}s_{\alpha_k} & a_kc_{\theta_k} \\ s_{\theta_k} & c_{\theta_k}c_{\alpha_k} & -c_{\theta_k}s_{\alpha_k} & a_k s_{\theta_k} \\ 0 & s_{\alpha_k} & c_{\alpha_k} & d_k \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Após a multiplicação de todas as seis matrizes de transformação obtidas pelo algoritmo de D-H, foi obtida a matriz de transformação homogênea que parte da base à extremidade do efetuador final, ou seja, variando de 0 a n , onde n indica o número de graus de liberdade do manipulador robótico (SILVA *et al.*, 2012). Esta matriz resultante, considerada como a solução do problema da cinemática direta será utilizada na seção 3.

2.2. Cinemática Inversa

A cinemática é um dos tópicos de estudo de maior importância na robótica. O entendimento da cinemática fornece uma análise dos movimentos do robô relacionado ao espaço geométrico que ele se insere. A cinemática inversa define os valores dos ângulos para juntas rotacionais e/ou deslocamentos para juntas prismáticas para que se possa alcançar um determinado ponto no espaço cartesiano com uma posição e orientação específica

A resolução do problema da cinemática inversa ficaria mais apropriada se fosse encontrada uma única solução, ou seja, achar uma relação matemática explícita entre a posição e orientação $(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)$ do efetuador final e os valores de junta (q_k) , onde k indica o número da junta conforme a Equação 3 a seguir.

$$q_k = f_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \quad (3)$$

Três situações podem surgir no momento em que se tenta encontrar a solução do problema da cinemática inversa, são estes: existência de mais de um conjunto de soluções, inexistência de qualquer solução e contenção de soluções.

Com referência a estes três casos, a existência de mais de um conjunto de soluções pode oferecer outros dois problemas adicionais, podendo haver um número finito de soluções devendo escolher uma delas ou podem existir infinitas soluções. A inexistência de qualquer solução pode ocorrer no momento em que a posição/orientação está fora do volume de trabalho do robô.

Podem ser adotadas diversas técnicas para alcançar a solução da cinemática inversa de um robô. Em soluções com a forma aberta existem métodos como, por exemplo, a transposta do Jacobiano ou a inversa generalizada. Para robôs que possuem seis graus de liberdade, o método do desacoplamento de Pieper (CRAIG, 2004) permite separar o

problema em duas etapas independentes, uma relacionada aos três primeiros graus mais próximos à base e outra aos três mais próximos do efetuador final, método utilizado neste trabalho.

3. O ROBÔ FANUC LR MATE 200iC

O robô utilizado para estudo faz parte da série 200iC da *FANUC Robotics*. A *FANUC* (*Fujitsu Automated Numerical Control*) é uma empresa japonesa que atua principalmente na construção de robôs industriais desde a década de 70. O robô encontra-se disponível para estudos no Laboratório de Sistemas Mecatrônicos e Robótica (LSMR) da Universidade Salvador – UNIFACS, e é utilizado pelos alunos da disciplina Robótica do 9º semestre do curso de Engenharia Mecatrônica. A Figura 1 ilustra o robô real.



Figura 1 - Fanuc LR Mate 200iC.

Fonte: <http://www.fanuc.co.jp/en/product/catalog/index.html>

O robô Fanuc LR Mate 200iC tem como características: 6 eixos rotativos, carga máxima de trabalho de 5kg, alcance de 704mm com repetibilidade de $\pm 0,02$ mm, massa total de 72kg e freio mecânico em todas as seis juntas¹.

3.1. Cinemática Inversa do Fanuc LR Mate 200iC

O cálculo da cinemática, tanto direta quanto inversa, requer o conhecimento do comprimento dos elos com precisão adequada. Os fabricantes de manipuladores fornecem não apenas estes comprimentos, como também quaisquer deslocamentos entre juntas que possam existir no braço robótico. Nesta seção, o método do desacoplamento de Pieper é usado para a solução do problema da cinemática inversa do robô em estudo, uma vez todas as suas juntas são rotacionais e as três últimas juntas têm seus eixos interceptando-se em um único ponto (CRAIG, 2004).

A Figura 2 representa a posição do centro do punho do robô manipulador bem como da extremidade da ferramenta que pode ser acoplada ao mesmo.

¹ Maiores informações sobre o Fanuc LR Mate 200iC, podem ser obtidas no endereço: <http://www.fanuc.co.jp/en/product/catalog/index.html>

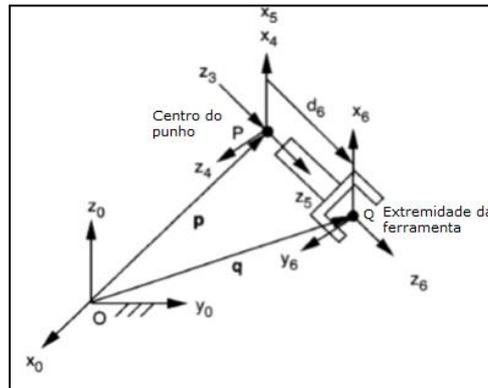


Figura 2 - Posição do centro do punho e da extremidade da ferramenta.

Fonte: Adaptado de (TSAI, 1999).

A posição do ponto P em relação à extremidade da ferramenta pode ser expressa por:

$${}^6p = \overline{QP} = [0 \quad 0 \quad -d_6 \quad 1]^T \quad (4)$$

Também é possível definir facilmente a posição do ponto P em relação ao sistema de coordenadas da base como:

$${}^6p = \overline{OP} = [p_x \quad p_y \quad p_z \quad 1]^T \quad (5)$$

Relacionando esta posição com o terceiro elo do robô, obtemos a Equação 6:

$${}^3p = [0 \quad 0 \quad d_4 \quad 1]^T \quad (6)$$

Transformando no sistema de coordenadas da base, tem-se:

$${}^0p = {}^0T_3 \quad {}^3p \quad (7)$$

A Equação 7 consiste em três equações escalares com três incógnitas, resultando no desacoplamento cinemático conhecido como a solução de Pieper (CRAIG, 2004). A junta da base pode ser encontrada realizando o seguinte artifício proposto por (TSAI, 1999). Multiplicam-se os dois lados da Equação 7 pela inversa da matriz 0T_3 .

$$({}^0T_3)^{-1} {}^0p = {}^1T_3 \quad {}^3p \quad (8)$$

Substituem-se as Equações 9 e a multiplicação da 10 pela 11 (1T_3), resultando nas Equações 12, 13 e 14. Todas essas matrizes foram deduzidas em (SILVA *et al.*, 2012).

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} c_{\theta_1} & 0 & s_{\theta_1} & a_1 c_{\theta_1} \\ s_{\theta_1} & 0 & -c_{\theta_1} & a_1 s_{\theta_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$



$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} c_{\theta_2} & -s_{\theta_2} & 0 & a_2 c_{\theta_2} \\ s_{\theta_2} & c_{\theta_2} & 0 & a_2 s_{\theta_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$${}^2T_3 = \begin{bmatrix} c_{\theta_3} & s_{\theta_3} & 0 & a_3 c_{\theta_3} \\ s_{\theta_3} & -c_{\theta_3} & 0 & a_3 s_{\theta_3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$p_x c_{\theta_1} + p_y s_{\theta_1} - a_1 = a_2 c_{\theta_2} + a_3 c_{\theta_{23}} + d_4 s_{\theta_{23}} \quad (12)$$

$$p_z = a_2 c_{\theta_2} + a_3 c_{\theta_{23}} - d_4 s_{\theta_{23}} \quad (13)$$

$$p_x s_{\theta_1} - p_y c_{\theta_1} = 0 \quad (14)$$

A partir da Equação 14 obtém-se a variável de junta da base θ_1 , dada por:

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{p_y}{p_x}\right) \quad (15)$$

Elevando ao quadrado as Equações 12, 13 e 14 e realizando as devidas manipulações, tem-se:

$$k_1 s_{\theta_3} + k_2 c_{\theta_3} = k_3 \quad (16)$$

Este cálculo foi proposto por (TSAI, 1999), onde $k_1 = 2a_2d_4$, $k_2 = 2a_2a_3$ e $k_3 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - 2p_x a_1 c_{\theta_1} - 2p_y a_1 s_{\theta_1} + a_1^2 - a_2^2 - a_3^2 - d_4^2$. As relações trigonométricas $c_{\theta_3} = \frac{1-t_3^2}{1+t_3^2}$ e $s_{\theta_3} = \frac{2t_3}{1+t_3^2}$, onde $t_3 = \tan\left(\frac{\theta_3}{2}\right)$, são utilizadas para simplificar a Equação 16 transformando-a na Equação 17, uma equação do segundo grau, facilitando desta forma a sua resolução:

$$(k_3 + k_2) t_3^2 - 2k_1 t_3 + (k_3 - k_2) = 0 \quad (17)$$

Resolvendo a equação, dois valores possíveis para θ_3 são encontrados:

$$\theta_3 = 2 \cdot \arctan\left(\frac{k_1 \pm \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_3^2}}{k_3 + k_2}\right) \quad (18)$$

Finalmente, conhecidos os valores de θ_1 e θ_3 pode-se obter θ_2 por substituição nas Equações 12, 13 e 14 devidamente manipuladas, resultando em:

$$\theta_2 = \arctan2(s_{\theta_2}, c_{\theta_2}) \quad (19)$$

A função $\arctan2(y, x)$ denota uma versão de quatro quadrantes da função \arctan . Ela permite cobrir ângulos que estão dentro do intervalo $[-\pi, \pi]$ (SCHILLING, 1990).

Uma vez encontrados as juntas relativas ao posicionamento, a matriz 0T_3 foi completamente solucionada, com isso é possível encontrar as juntas restantes



comparando os termos das matrizes de transformação homogênea (SILVA *et al.*, 2012). Sabendo que:

$${}^0T_6 = {}^0T_3 {}^3T_6 \quad (20)$$

Multiplica-se os dois lados da equação pela inversa da matriz de transformação homogênea 0T_3 , com o simples objetivo de isolar o termo que contém o ângulo θ_5 da submatriz de rotação na matriz 3T_6 , resultando na equação 21:

$${}^3T_6 = \begin{bmatrix} c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6} & -c_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} - s_{\theta_4}c_{\theta_6} & c_{\theta_4}s_{\theta_5} & d_6c_{\theta_4}c_{\theta_5} \\ s_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - c_{\theta_4}s_{\theta_6} & -s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} - c_{\theta_4}c_{\theta_6} & s_{\theta_4}s_{\theta_5} & d_6s_{\theta_4}s_{\theta_5} \\ -s_{\theta_5}s_{\theta_6} & s_{\theta_5}s_{\theta_6} & c_{\theta_5} & d_4 + d_6c_{\theta_5} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{\theta_1}c_{\theta_{23}} & s_{\theta_1} & c_{\theta_1}c_{\theta_{23}} & c_{\theta_1}(a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}}) \\ s_{\theta_1}s_{\theta_{23}} & -c_{\theta_1} & s_{\theta_1}s_{\theta_{23}} & s_{\theta_1}(a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}}) \\ s_{\theta_{23}} & 0 & -c_{\theta_{23}} & a_2s_{\theta_2} + a_3s_{\theta_{23}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u_x & v_x & w_x & q_x \\ u_y & v_y & w_y & q_y \\ u_z & v_z & w_z & q_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Onde:

$$u_x = c_{\theta_1} [c_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6}) - s_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6}] + c_{\theta_1}(s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} + c_{\theta_4}s_{\theta_6}) \quad (21.1)$$

$$u_y = s_{\theta_1} [c_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6}) - s_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6}] + c_{\theta_1}(s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} + c_{\theta_4}s_{\theta_6}) \quad (21.2)$$

$$u_z = s_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} - s_{\theta_4}s_{\theta_6}) + c_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6} \quad (21.3)$$

$$v_x = c_{\theta_1} [-c_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} + s_{\theta_4}s_{\theta_6}) + s_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6}] + s_{\theta_1}(-s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} + c_{\theta_4}s_{\theta_6}) \quad (21.4)$$

$$v_y = s_{\theta_1} [-c_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} + s_{\theta_4}s_{\theta_6}) + s_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6}] + s_{\theta_1}(-s_{\theta_4}c_{\theta_5}s_{\theta_6} + c_{\theta_4}s_{\theta_6}) \quad (21.5)$$

$$v_z = -s_{\theta_{23}}(c_{\theta_4}c_{\theta_5}c_{\theta_6} + s_{\theta_4}s_{\theta_6}) - c_{\theta_{23}}s_{\theta_5}c_{\theta_6} \quad (21.6)$$

$$w_x = c_{\theta_1}(c_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s_{\theta_{23}}c_{\theta_5}) + s_{\theta_1}s_{\theta_4}s_{\theta_5} \quad (21.7)$$

$$w_y = s_{\theta_1}(c_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s_{\theta_{23}}c_{\theta_5}) + s_{\theta_1}s_{\theta_4}s_{\theta_5} \quad (21.8)$$

$$w_z = s_{\theta_{23}}c_{\theta_4}c_{\theta_5} - c_{\theta_{23}}c_{\theta_5} \quad (21.9)$$

$$q_x = c_{\theta_1} [a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}} + d_4s_{\theta_{23}} + d_6(c_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s_{\theta_{23}}c_{\theta_5})] + d_6c_{\theta_1}s_{\theta_4}s_{\theta_5} \quad (21.10)$$

$$q_y = s_{\theta_1} [a_1 + a_2c_{\theta_2} + a_3c_{\theta_{23}} + d_4s_{\theta_{23}} + d_6(c_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} + s_{\theta_{23}}c_{\theta_5})] - d_6c_{\theta_1}s_{\theta_4}s_{\theta_5} \quad (21.11)$$

$$q_z = a_2s_{\theta_2} + a_3s_{\theta_{23}} - d_4c_{\theta_{23}} + d_6(s_{\theta_{23}}c_{\theta_4}s_{\theta_5} - c_{\theta_{23}}c_{\theta_5}) \quad (21.12)$$

Desta forma, a expressão para se determinar o valor para o ângulo θ_5 , é encontrada:

$$\theta_5 = \arccos(w_x c_{\theta_1} c_{\theta_{23}} + w_y s_{\theta_1} s_{\theta_{23}} - w_z c_{\theta_{23}}) \quad (22)$$

O mesmo acontece para o termo (1x3) e (2x3) que contêm o ângulo θ_4 . Assumindo que $s_{\theta_5} \neq 0$ então:

$$c_{\theta_4} = \frac{w_x c_{\theta_1} c_{\theta_{23}} + w_y s_{\theta_1} c_{\theta_{23}} + w_z c_{\theta_{23}}}{s_{\theta_5}} \quad (23)$$

$$s_{\theta_4} = \frac{w_x s_{\theta_1} - w_y c_{\theta_1}}{s_{\theta_5}} \quad (24)$$

$$\theta_4 = \arctan2(s_{\theta_4}, c_{\theta_4}) \quad (25)$$

E assim o procedimento se repete para a variável de junta 6, representada pelo ângulo θ_6 . Resultando em:

$$c_{\theta_6} = \frac{-u_x c_{\theta_1} s_{\theta_{23}} + u_y s_{\theta_1} s_{\theta_{23}} - u_z c_{\theta_{23}}}{s_{\theta_5}} \quad (26)$$

$$s_{\theta_6} = \frac{v_x c_{\theta_1} s_{\theta_{23}} + v_y s_{\theta_1} s_{\theta_{23}} - v_z c_{\theta_{23}}}{s_{\theta_5}} \quad (27)$$

$$\theta_6 = \arctan2(s_{\theta_6}, c_{\theta_6}) \quad (28)$$

Assim, pode-se concluir que dado o conjunto de valores das três primeiras juntas, quatro configurações são possíveis, devido à θ_3 poder assumir dois valores distintos. Como θ_5 também depende de θ_3 então existem mais quatro configurações possíveis para juntas de orientação, totalizando oito possíveis posturas do manipulador.

4. SIMULAÇÃO NO MATLAB

A fim de demonstrar e comprovar matematicamente o algoritmo de Denavit-Hartenberg elaborou-se uma simulação no *Matlab*® R2010b da empresa *Mathworks*, *software* frequentemente utilizado por pesquisadores para realização de cálculos e sistemas em geral. Como uma extensão do *Matlab*, existem as caixas de ferramentas (*toolboxes*) específicas para cada área de pesquisa. Para este trabalho foi utilizado a *Robotics Toolbox v8*, criado por Peter Corke em 2008.

Inicialmente definiu-se os parâmetros de Denavit-Hartenberg para cada junta e elo, substituindo os valores reais de relação angular entre uma junta e outra e a translação (em metros) entre juntas do *Fanuc LR Mate 200iC*. Os valores foram obtidos a partir do manual do fabricante.

Multiplicando-se estas matrizes obtemos a matriz de transformação homogênea 0T_6 , que fornece o mapeamento das coordenadas desde a base até a extremidade da ferramenta. No *Matlab* define-se cada elo '*L*' de 1 a 6 e em seguida o objeto '*Fanuc*' que representará o robô com a conexão dos seus elos em série, como podemos observar na Figura 3.

```
%Parâmetros de Denavit-Hartenberg descrevendo os tamanhos e relações
%angulares entre os eixos
L1 = link([pi/2  -0.075  0  0  0  0]);
L2 = link([0  0.3  0  0  0  0]);
L3 = link([pi/2  0.075  0  0  0  0]);
L4 = link([-pi/2  0  0  -0.32  0  0]);
L5 = link([pi/2  0  0  0  0  0]);
L6 = link([0  0  0  -0.08  0  0]);

Fanuc=robot({L1 L2 L3 L4 L5 L6});
Fanuc.name='Fanuc'
```

Figura 3 - Parâmetros de D-H.

Dentro do *toolbox* existem diversas funções no campo da robótica que são muito úteis para calcular e visualizar o comportamento das juntas de um robô. Foi criado um código para a simulação, que a partir de uma linha de fluxo de tempo realiza a

movimentação do robô no espaço das juntas como no espaço cartesiano, sendo que é necessária a utilização da cinemática direta e inversa respectivamente.

O espaço das juntas compreende a movimentação do robô junta a junta, portanto não ocorrem singularidades. Para a movimentação no espaço das juntas utiliza-se o cálculo da cinemática inversa para se determinar a valor de rotação ou translação final das juntas. No programa, foi implementada a geração de trajetória no espaço juntas definindo-se uma posição inicial e final das juntas. Neste exemplo foi definido um conjunto de valores de juntas inicial q_0 e um conjunto de valores finais q_f , em seguida foi utilizada a função `jtraj` disponível no toolbox, que recebe como parâmetros a posição inicial e final das juntas e uma linha tempo de 10 segundos, isto para gerar uma trajetória no espaço das juntas. A função `fkine` (*forward kinematics*) foi utilizada para computar os valores de juntas ao longo da trajetória percorrida. (Figura 4).

```
%Trajetoria Espaço das Juntas
tempo = 0:.05:10;
q0 = [0 pi/2 0 0 0 0]; %Valores iniciais das juntas
qf = [2*pi/3 pi/4 pi/4 2*pi/9 pi/6 pi/3]; %Valores finais das juntas
q = jtraj(q0, qf, tempo); %Gera a trajetória
[q, qd, qdd] = jtraj(q0, qf, tempo); %Posição, Velocidade, Aceleração das Juntas
fkine(Fanuc, qf) %Calcula valor das juntas
```

Figura 4 – Código para geração de trajetória no espaço das juntas.

A partir do comando `drivebot`, foi possível visualizar a movimentação do manipulador no espaço tridimensional. A Figura 5 mostra a posição final e inicial e os seus valores de juntas no controle de movimentação.

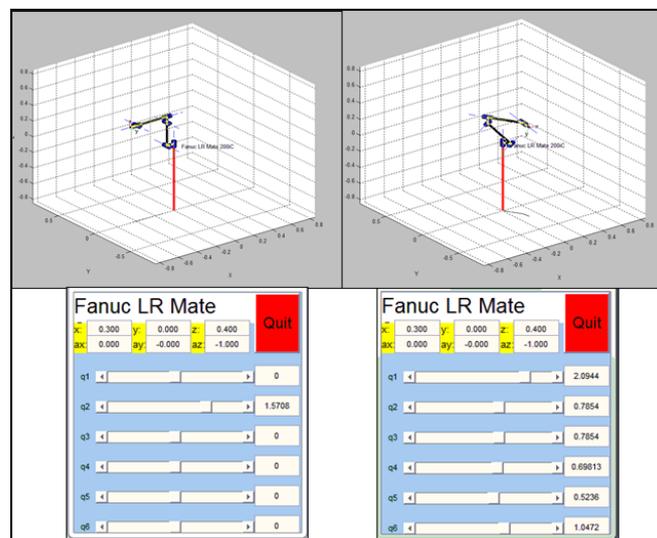


Figura 5 - Posição inicial e final com os seus valores de juntas – Espaço das juntas.

A geração da trajetória neste espaço é dada pela especificação dos seus pontos extremos no próprio espaço cartesiano, o que difere da geração da trajetória no espaço das juntas, pois os pontos intermediários são diretamente determinados no espaço cartesiano sem a necessidade de conversão.

Neste caso foi definida uma posição inicial P1 e uma posição final P2 da extremidade da ferramenta, em seguida foi utilizada a função *ctrj* também disponibilizada no *toolbox*, que recebe como parâmetros P1, P2 e uma linha de tempo de 2 segundos variando em 0,01s, isto para gerar uma trajetória no espaço cartesiano. (Figura 6)

```
% Trajetoria Espaço Cartesiano
tempo = 0:.01:2;

P1 = transl(-0.45,0,0.35); % Define posição inicial da ferramenta (xi,yi,zi)
P2 = transl(-0.3,0,0.2);   % Define posição final da ferramenta (xf,yf,zf)
T = ctraj(T1, T2, length(tempo)); % Gera a trajetória

tic %Inicia cronometro
q = ikine(Fanuc,T,q0); %Calcula valor das juntas para a T trajetória e
posição inicial das juntas
toc %Encerra cronometro

figure %Cria uma nova janela
view(40,5) %Define o tamanho da janela
plot(Fanuc, q) %Simula a geração de trajetória
drivebot(Fanuc) %Controla as juntas do robô
```

Figura 6 - Código para geração de trajetória no espaço cartesiano.

Quando é iniciada a contagem do tempo, a variável *q* armazena os valores das juntas calculados pela função *ikine* (*inverse kinematics*) para esta geração de trajetória, levando em consideração a posição inicial das juntas definida anteriormente por *q0*, na simulação anterior.

Em seguida uma janela é criada simulando a movimentação da extremidade da ferramenta nesta trajetória criada (Figura 7).

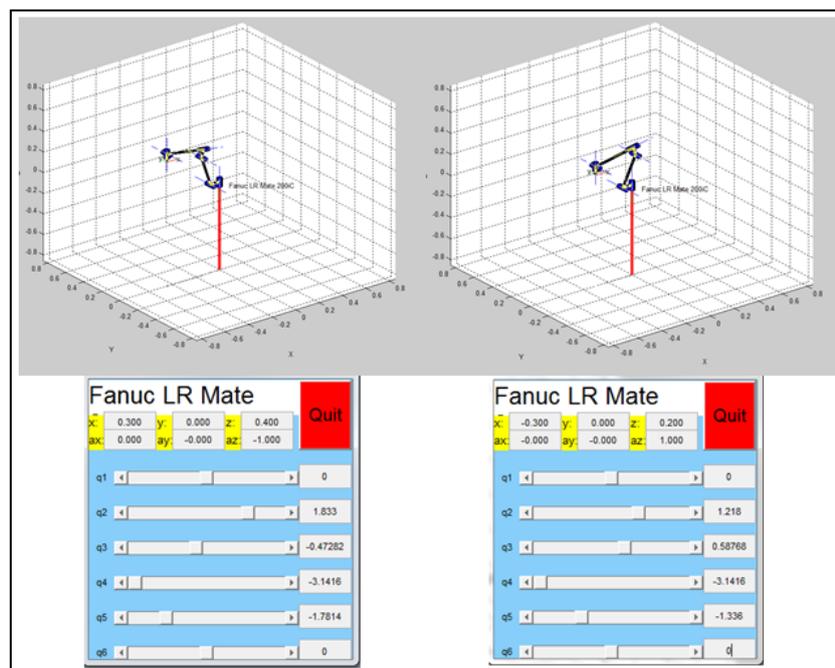


Figura 7 - Posição inicial e final com os seus valores de juntas - Espaço cartesiano.



Os resultados da simulação computacional coincidiram com os obtidos da movimentação do robô durante os testes no laboratório de Robótica, comprovando desta forma o modelo matemático construído.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir deste trabalho é possível perceber que a cinemática inversa é assunto de grande importância no domínio da Robótica. Através de algoritmos como o de Denavit-Hartenberg e a manipulação de equações é possível relacionar o sistema de coordenadas do ponto da extremidade de um efetuator final ao sistema de coordenadas da base, oferecendo total controle da posição e orientação.

Após a aquisição do braço robótico *Fanuc LR Mate 200iC* pela Universidade Salvador, pouco alunos se interessaram em estudá-la pelo fato desta ser bastante incipiente e ainda não ter algum grupo de pesquisa formado. Esta foi a maior motivação pela qual se iniciou este trabalho, que teve por principal objetivo fornecer maior entendimento a respeito do robô, isto porque a documentação disponibilizada continha apenas informações relativas à programação e manuseio do *teach-pendant*. Juntamente com a falta de documentação, não havia nenhuma literatura referente da modelagem matemática da cinemática inversa deste robô.

A implementação da simulação pode servir como ferramenta para virtualizar o robô e gerar trajetórias no espaço cartesiano, possibilitando aos alunos visualizar a aplicação dos conhecimentos referentes à cinemática na robótica e com isso obter um maior entendimento sobre estes conceitos.

Este trabalho apresenta uma contribuição para a comunidade acadêmica da Universidade, pois foram estudados diversos conceitos referentes à cinemática dos robôs manipuladores e forneceu uma sólida base para que outros acadêmicos se aprofundem nos estudos desta linha de pesquisa.

Atualmente estão sendo realizados estudos na disciplina Robótica do curso de Engenharia Mecatrônica da Universidade Salvador, para que seja apresentada com o máximo de detalhes uma série de atividades experimentais que comprovem a modelagem da cinemática direta e inversa do robô em uma futura publicação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CRAIG, J. J. Introduction to robotics: mechanics and control. 3 ed, Mac Graw Hill, 2004.

BARRIENTOS, A.; PENIN, L. F. B. C. Fundamentos de robótica, 1 edn, MacGraw Hill, 1997.

DENAVIT, J. Description and displacement analysis of mechanics based on the 2x2 dual matrices, 1 ed, Evanston, University of Northwestern, 1955.

SILVA, S; ARAÚJO, R; LEMOS, F; DELEBOSSE, F. Modelagem Matemática da Cinemática Direta do Robô Fanuc LR Mate 200iC com Simulação no Matlab. In: Anais do XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE). Anais do XL Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia (COBENGE). Belém – PA, 2012.



SCHILLING R. J. Fundamentals of robotics: analysis and control. Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, NJ, USA, 1990.

TSAI, Lung-wen. Robot analysis: The mechanics of serial and parallel manipulators. Maryland: Wiley-interscience, 1999. 499 p, il.

ULLRICH, R. Robótica - Uma Introdução. O Porquê dos robôs e seu papel no trabalho. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1987.

MATHEMATICAL MODELING OF INVERSE KINEMATICS OF FANUC LR MATE 200iC ROBOT WITH MATLAB SIMULATION

Abstract: *Accelerated growth of technology allowed the development of more complex and specific electromechanical structures to industry demand. The robots emerged to solve this demand. To develop industrial robots was necessary the study of kinematics in order to analyze the behavior of the robot position and orientation in space relative to a coordinate system. The Fanuc LR Mate 200iC model, is the robot under study, into Mechatronic Systems and Robotics Laboratory from Salvador University - UNIFACS. After the determination of the inverse kinematic equations, was implemented a algorithm to prove the model developed. Finally, the paper presents an analysis and proof of Denavit-Hartenberg notation, as a contribution.*

Key-words: *Industrial Robotics, Inverse Kinematics, Denavit-Hartenberg, Teaching Robotics, Simulation.*