INICIAÇÃO CIENTÍFICA: INSTRUMENTOS DIGITAIS E TEOREMA DA AMOSTRAGEM

Daniele de Moraes A. Barbosa – dmoraes.barbosa@hotmail.com
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – FEEC
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
Av. Albert Einstein, 400
13083-852 - Campinas - SP

Yaro Burian Jr. – yaroburian@gmail.com
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação – FEEC
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
Av. Albert Einstein, 400
13083-852 - Campinas - SP

Resumo: *Este documento trata da multidisciplinaridade que atividades como iniciações científicas e trabalhos de fim de curso proporcionam, em contraste com a fragmentação dos assuntos, sugerida pela divisão dos cursos em disciplinas independentes. Este assunto é tratado mostrando a ligação entre aterramento elétrico e um assunto normalmente ligado a telecomunicações, feita em uma iniciação científica.*

Palavras-chave: *Amostragem, Aterramento, Iniciação Científica, Nyquist*

1. INTRODUÇÃO

Currículos apresentados como relações de disciplinas passam ao estudante uma idéia de fragmentação em sua formação profissional. Atividades como iniciação científica e trabalhos de fim de curso podem contribuir efetivamente para a necessária integração da formação do engenheiro.

O objetivo deste trabalho é apresentar um exemplo em que uma atividade de iniciação científica leva à integração de áreas usualmente distintas no ensino de engenharia. Medidas em eletrotécnica, ligadas ao aterramento de instalações elétricas, sugeriram uma aplicação do teorema de amostragem (ou teorema de Nyquist ou de Shannon), que usualmente é estudado apenas relacionado com a área de telecomunicações.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. O problema estudado

As normas brasileiras para instalações elétricas preveem a possibilidade de emprego das ferragens de concreto como aterramento para instalações. Não só preveem, como

recomendam (NBR 5410/97). Esta previsão inclui algumas precauções que devem ser tomadas:

- As ferragens devem ser bem soldadas;
- As ferragens não devem estar oxidadas.

Para uma avaliação do desempenho da ferragem de concreto como eletrodo de terra num caso em que estas precauções não foram tomadas, isto é, num caso que se assemelha à maioria das edificações, se for decidido usar a ferragem da edificação como resistência de aterramento *a posteriori*, isto é, depois de pronta a obra, pensou-se, no âmbito de um programa de iniciação científica, estudar seu desempenho. Para isto deveria ser medida a resistência de terra desta ferragem.

Numa primeira tentativa de medida não foi possível utilizar um terrâmetro, uma vez que o equipamento existente na Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação não estava em condições de uso e seu reparo poderia tomar um tempo excessivo ou mesmo não ser possível, uma vez que se tratava de um equipamento antigo.

Julgamos então poder obter pelo menos uma indicação aproximada do desempenho deste eletrodo de terra utilizando um ohmímetro digital. Seria medida a resistência entre a ferragem do concreto e um eletrodo de aterramento existente na instalação. Estaria sendo medida a resistência correspondente à associação série das resistências de terra da ferragem e do eletrodo de aterramento (COTRIM, 1976). Como a resistência do eletrodo de aterramento deve ser pequena (A NBR 5419/93 recomenda um valor máximo de resistência de terra de 10 ohms), para esta indicação aproximada ela poderia ser suposta da ordem de 10 ohms, isto é, seria suposta satisfazer as normas.

2.2. Resultados das medidas

De forma inesperada, as indicações do ohmímetro digital mostraram um comportamento estranho: os valores variavam continuamente.

As medidas em um instrumento digital são apresentadas em um display com certa periodicidade. No caso do instrumento utilizado, a frequência de apresentação das medidas é de aproximadamente 3 por segundo (de acordo com o manual do instrumento).

Para registrar os valores, foi gravado um vídeo do display durante aproximadamente 37 segundos (de acordo com o display da câmera). Foi utilizada a escala de 200 Ω do ohmímetro.

A partir do vídeo, em câmera lenta, foi construída a tabela dos valores sucessivos indicados pelo ohmímetro:

Tabela 1 – Medidas de Resistências com o Ohmímetro

6,7	48,6	infinito	28,1	15,1	22,5	infinito	infinito
128,5	93,2	21,9	12,2	149,1	infinito	134,2	36,4
28,1	12,3	11,8	158,8	infinito	29,4	13,8	4,9
6,4	13,9	infinito	72,4	21,1	9,9	8,7	189,7
48,4	infinito	41	17,5	15,1	185,8	infinito	126,4
111,3	26,3	13	62,1	infinito	84,5	22,2	14,5
15,5	10,2	133,6	infinito	34,6	14,2	8	10,6
4,1	112	85	25,5	9,8	13,7	infinito	infinito
181,1	65	19,2	11,7	infinito	infinito	126,9	24,3
33,6	14,5	23,9	196,7	194	33,2	15	5,8
3,9	17,8	infinito	50,9	14,5	7,8	20,5	infinito

Convém lembrar que leituras *infinito* no display de instrumentos digitais correspondem a valores superiores à escala utilizada, neste caso 200 Ω.

Foi construído um gráfico representando as medidas em função do tempo. Para evitar o problema de representar em gráfico valores infinitos, foram representadas no gráfico as condutâncias medidas em função do número das amostras:

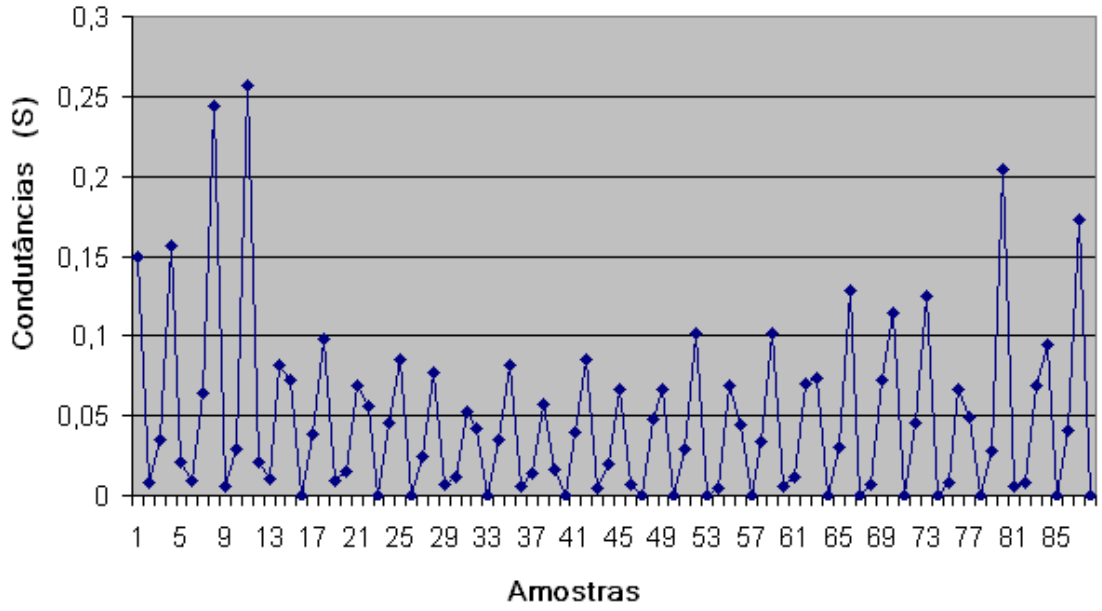

Figura 1 - Gráfico de condutâncias

O gráfico sugere que existe um certo padrão periódico nas medidas. Há aproximadamente 25 períodos (picos) em 37 segundos, isto é, o período é de aproximadamente 1,5 segundo.

As primeiras tentativas de explicar este resultado incluíam uma eventual existência de oscilações na interface ferragem e concreto, porém não se conseguiu uma razão para estas oscilações.

Foi então lembrado que o instrumento digital faz medidas por amostragem. Variações rápidas da grandeza medida em relação ao período de amostragem podem passar despercebidas. Isto significa que as medidas poderiam decorrer de variações rápidas da resistência medida. Notou-se a necessidade de compreender melhor o que as medidas obtidas poderiam estar representando.

2.3. Teorema da Amostragem

Um sinal contínuo no tempo pode ser processado através do processamento de suas amostras em um sistema discreto no tempo. Para isso, a taxa de amostragem deve ser alta o suficiente para permitir a reconstrução desse sinal a partir de suas amostras, sem erro ou com um erro tolerável. Para isso, é necessário ter em mente o Teorema da Amostragem.

Um sinal limitado em banda de f_{max} Hz pode ser reconstruído sem erro a partir de suas amostras se a taxa de amostragem for, no mínimo, $f_a > 2*f_{max}$ (LATHI, 2005). Um exemplo bem conhecido é o das gravações de som em CD. Uma vez que sons audíveis são limitados a frequências não superiores a 20 kHz, a amostragem é feita em uma frequência um pouco superior ao dobro deste valor, 44,2 kHz.

O espectro do sinal amostrado se repete e entre as repetições há um espaçamento de f_a-$2*f_{max}$. A frequência mínima citada anteriormente garante que as repetições espectrais não se sobreponham, o que não permitiria mais a reconstrução do sinal. Um sinal de frequência maior que a metade da frequência de amostragem será reconstruído com uma frequência menor que a frequência de amostragem, dada pela diferença entre sua frequência original e um múltiplo da frequência de amostragem, fenômeno conhecido como *aliasing.*

2.4. Aplicação do teorema de amostragem às medidas feitas

Pelo teorema da amostragem, o instrumento digital só pode indicar o comportamento correto de uma grandeza sendo medida se a frequência de amostragem f_a (no caso, aproximadamente 3 medidas por segundo, como fornecido pelo manual, for superior ao dobro da maior frequência existente na grandeza f_e . Se isto não ocorrer, a frequência medida f_m (sempre menor que a metade da frequência de amostragem) será dada por:

$$f_m = |n \times f_a \pm f_e| \quad (1)$$

onde n é inteiro. Isto significa que oscilações em frequências mais elevadas poderiam acarretar estas oscilações de baixa frequência nas medidas do ohmímetro digital.

Para testar esta hipótese, foi construída uma tabela com as frequências que poderiam produzir, através da amostragem, a frequência observada nas medidas f_m.

Para este cálculo é necessário conhecer as frequências f_a e f_e com maior precisão, principalmente f_a , que pode ser multiplicada por um n grande . A frequência de amostragem, dada no manual do ohmímetro como sendo aproximadamente de 3 medidas por segundo, foi verificada cronometrando-se 200 medidas em 1 minuto e 25,97 segundos, o que corresponde a 200 medidas em 85,97 segundos, ou 2,326 amostras por segundo. Portanto, f_a= 2,326 amostras/s.

O vídeo gravado registrou 88 valores, ou seja, registrou um tempo correspondente a 88/2,326 = 37,83 segundos. Neste tempo, registrou 25,5 períodos de variação de resistência medida (picos no gráfico), correspondendo a uma frequência medida de 25,5 períodos em 37,83 segundos, ou f_m = 0,674 períodos por segundo.

A Tabela 2 foi construída para valores de *n* até 30, apresentando valores possíveis para frequências f_e até um pouco acima de 60Hz que produziriam a frequência medida f_m:

Tabela 2 – f_m variando com *n*

n	|n*fa+fm|	|n*fa-fm|
0	0,674011	0,674011
1	3,000404	1,652382
2	5,326797	3,978774
3	7,65319	6,305167
4	9,979583	8,63156
5	12,30598	10,95795
6	14,63237	13,28435
7	16,95876	15,61074
8	19,28515	17,93713
9	21,61155	20,26352
10	23,93794	22,58992
11	26,26433	24,91631
12	28,59073	27,2427
13	30,91712	29,5691
14	33,24351	31,89549
15	35,56991	34,22188
16	37,8963	36,54828
17	40,22269	38,87467
18	42,54908	41,20106
19	44,87548	43,52745
20	47,20187	45,85385
21	49,52826	48,18024
22	51,85466	50,50663
23	54,18105	52,83303
24	56,50744	55,15942
25	58,83383	57,48581
26	61,16023	59,8122
27	63,48662	62,1386
28	65,81301	64,46499
29	68,13941	66,79138
30	70,4658	69,11778

Verifica-se que, entre as diversas frequências, aparece 59,8122 Hz, muito aproximadamente a frequência de 60 Hz da distribuição de energia elétrica, o que sugere analisar a possibilidade de ser esta a causa das oscilações nas resistências medidas.

2.5. Possível explicação para as oscilações na resistência medida

A Figura 2 representa o circuito previsto para as medidas. O ohmímetro está ligado entre a resistência de aterramento da ferragem e a resistência do terra da instalação.

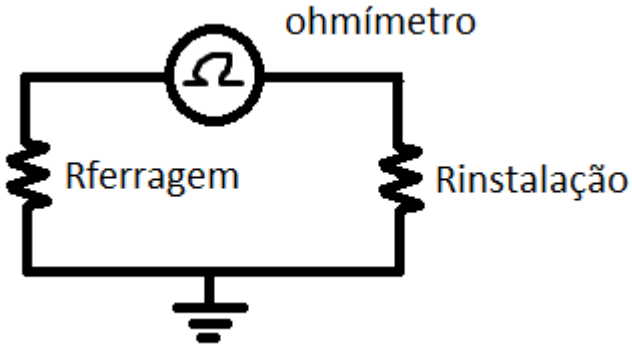

Figura 2 - Circuito da Medição

O ohmímetro é constituído por uma fonte de tensão contínua *e* em série com um medidor de corrente que mede a corrente *i:*

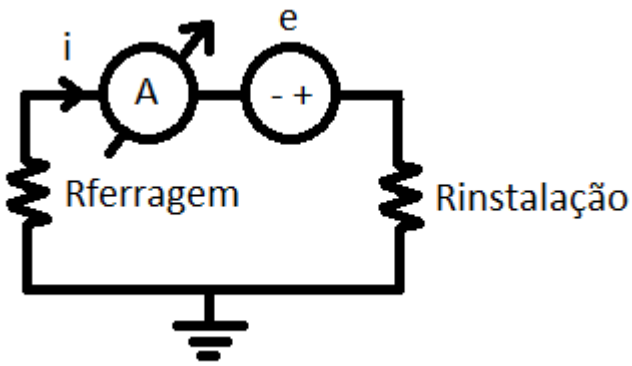

Figura 3 - decomposição do ohmímetro

A resistência apresentada no display do ohmímetro é calculada como $R = \frac{e}{i}$ e seria a soma da resistência da ferragem com a resistência de aterramento.

Entretanto, várias instalações elétricas (residências) são alimentadas pela mesma rede, e o neutro em todas elas é aterrado. Em consequência, correntes de neutro eventualmente circulando podem circular parcialmente através dos diversos terras destas instalações. Pode então existir uma corrente na frequência de 60 Hz atravessando o terra da instalação.

O efeito de uma corrente de 60 Hz atravessando o terra da instalação pode ser representado por uma fonte de corrente nesta frequência em paralelo com a resistência do aterramento:

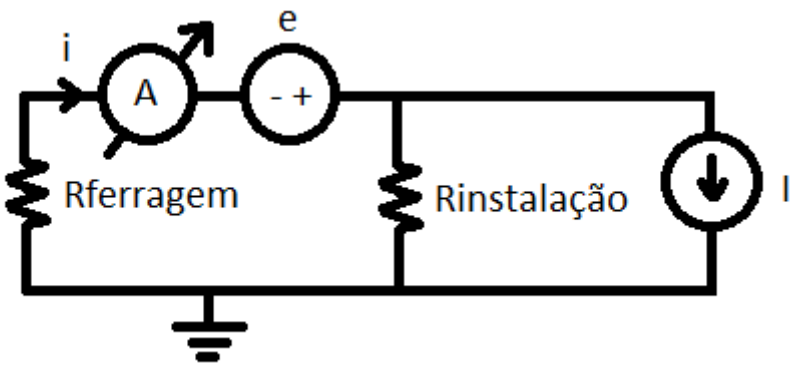

Figura 4 - fonte de corrente de 60 Hz

A aplicação do teorema de Thévenin neste circuito permite substituir a fonte de corrente em 60 Hz por uma fonte de tensão *v* também em 60 Hz em série:

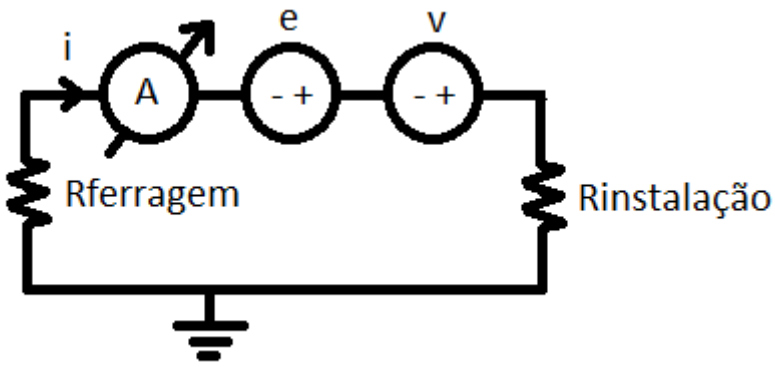

Figura 5 - Teorema de Thévenin

A corrente medida será agora dada por

$$i = \frac{e+v}{R} \tag{2}$$

e a resistência calculada pelo ohmímetro será a relação entre a tensão e e esta corrente medida,

$$R_m = \frac{e}{e+v}.R \tag{3}$$

Na expressão da condutância, que foi a grandeza representada na figura 2, obtemos:

$$\frac{1}{R_M} = (1 + v/e).\frac{1}{R} \tag{4}$$

Fica clara a possibilidade de correntes na frequência de 60 Hz de distribuição de energia elétrica poderem causar variações nesta frequência nas resistências medidas através da tensão *v* em 60 Hz e, em consequência do teorema de amostragem, causarem as variações em frequências baixas nas resistências apresentadas no display do ohmímetro.

3. CONCLUSÃO

Um trabalho de iniciação científica tratando de aterramento de instalações elétricas levou a uma análise envolvendo um teorema que usualmente é estudado apenas em disciplinas de tratamento de sinais, além de considerações sobre o modo de funcionamento dos instrumentos digitais. Portanto o objetivo deste trabalho, mostrar que atividades de iniciação científica podem contribuir para a integração dos conceitos adquiridos pelo aluno, foi atingido.

4. INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Multímetro Minipa modelo ET-2033A
Câmera fotográfica Canon PowerShot SX20IS

5. REFERÊNCIAS

COTRIM, Ademaro A.M.. Instalações Elétricas. Mc Graw Hill do Brasil, 1976.
LATHI, B. P.. Linear Systems and Signals. 2 ed. Oxford University Press, 2005.

UNDERGRADUATE RESEARCH: DIGITAL INSTRUMENTS AND THE SAMPLING THEOREM

Abstract: *This document concerns the multidisciplinarity that activities such as undergraduate researches and courseworks offer, in contrast to the fragmentation of subjects, suggested by the division of courses in independent disciplines. This subject is treated by showing the connection between grounding and a subject usually connected to telecommunications, made in an undergraduate research.*

Key-words: *Sampling, Grounding, Undergraduate Research, Nyquist*